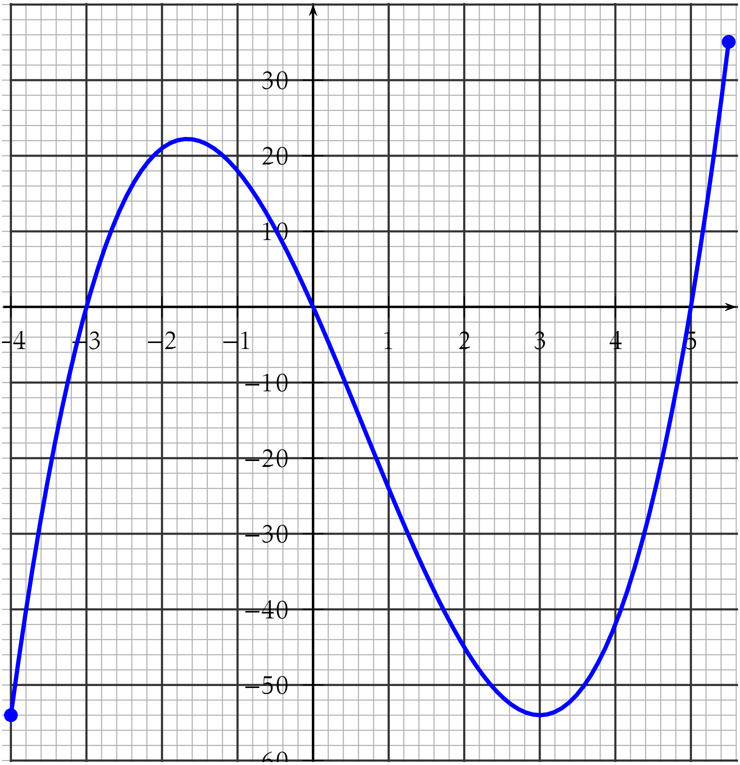
correction		23
FCT03	1.A.1-2-4 : lire image – antécédent – min – max	2
FCT08	**1.A.3 résoudre graph. Inéquation**	1
FCT07	**1.B.2 développer : méthode**	1
CAL	développer : calculs	1
	total	5
CHR	2.A.1 calcul d'aire : méthode (soustractions)	1
REP	calcul correct + cohérent avec graph	1,5
MOD	2.A.2 mise en équation	1,5
FCT07	calcul littéral : méthode	1
CAL	calcul littéral : calculs	1
FCT02	2.A.3 lire ens. Definition	0,5
FCT04	2.A.4 lire variations	1,5
CAL	**2.B.1 calculer images**	2
	2.B.2 lire max	0,5
FCT06	2.B.3 démontrer variations : méthode	2
CAL	dem. Var. : calculs	2
RAI	dem. Var. : étude de signe	0,5
	total	15
GEO04	3. justifier losange	1
CHR	justifier carré (pythagore)	2
	total	3

C01_CORRIGE

NOM .... - note sur 23

Exercice 1 — Fonction et courbe représentative *5 points*

Voici la courbe représentative d'une fonction sur l'intervalle $[-4;5,5]$.



Partie A – Lectures graphique

Dans cette partie, répondre aux questions avec la précision permise par le graphique. Dessiner les « pointillés de lecture ».

1. Lire l'image de 3.
2. Lire, s'il(s) existe(nt), le(s) antécédent de -3.
3. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $f(x) \geqslant -30$?
4. Lire le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $[-3\,;5]$

Partie B – Quelques calculs

L'expression de la fonction f est $f(x) = \dfrac{3}{2}x(x-5)(x+3)$

Développer l'expression de f.

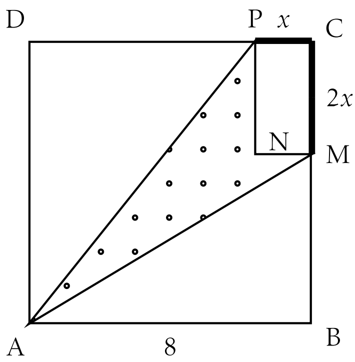
$f(x) = \dfrac{3}{2}x(x-5)(x+3) = \dfrac{3}{2}x(x^2-2x-15) = \dfrac{3}{2}x^3 - 3x^2 - \dfrac{45}{2}x$

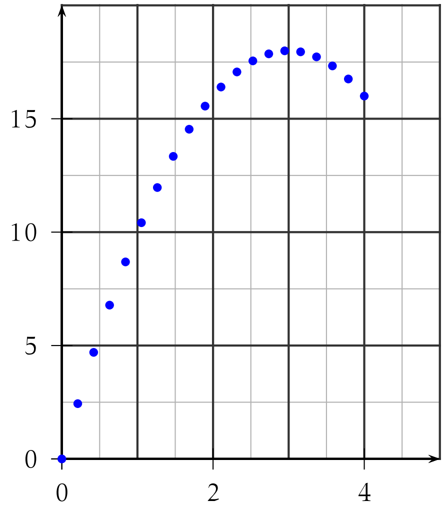
Exercice 2 — Figure et géométrie

15 points

Voici une figure qui a été construite à l'aide de GeoGebra.
Le carré ABCD mesure 8 cm de côté.
Le point M peut se déplacer le long du segment [BC].

Le graphique représente l'aire du quadrilatère AMNP en fonction de la distance PC.





Partie A – Étude numérique

1. Calculer (en expliquant votre démarche) l'aire de AMNP quand $x = 3$.

Aire de AMNP = Aire de ABCD - Aire de ABM - Aire de MNPC - Aire de APD.

- Aire de ABCD $= 8 \times 8 = 64$
- Aire ABM $= \dfrac{\text{AB} \times \text{BM}}{2}$
- Aire MNPC $= \text{MC} \times \text{PC}$
- Aire APD $= \dfrac{\text{AD} \times \text{PD}}{2}$
- donc pour
  - $x = 1$, Aire de AMNP $= 10$
  - $x = 2$, Aire de AMNP $= 16$
  - $x = 3$, Aire de AMNP $= 18$

2. Donner une expression de l'aire de AMNP en fonction de $x = \text{PC}$.

Aire de AMNP = Aire de ABCD - Aire de ABM - Aire de MNPC - Aire de APD.
avec

- Aire de ABCD $= 8 \times 8 = 64$
- Aire ABM $= \dfrac{\text{AB} \times \text{BM}}{2} = \dfrac{8 \times (8-2x)}{2} = 32 - 8x$
- Aire MNPC $= \text{MC} \times \text{PC} = 2x \times x = 2x^2$
- Aire APD $= \dfrac{\text{AD} \times \text{PD}}{2} = \dfrac{8 \times (8-x)}{2} = 32 - 4x$

donc Aire de AMNP $= 64 - (32-8x) - 2x^2 - (32-4x) = 12x - 2x^2$

3. Sur quel intervalle est définie la fonction f qui donne la valeur de l'aire de AMNP en fonction de la distance PC ?

la fonction f est définie sur $[0;4]$

4. À l'aide d'une lecture graphique, donner les variations de l'aire de AMNP sur son intervalle de définition.

l'aire est croissante sur l'intervalle $[0;3]$ et est décroissante sur l'intervalle $[3;4]$

Partie B – Démonstration

Vous admettrez que si le carré à un côté de 32 cm, alors l'aire de AMNP en fonction de la longueur $\text{PC} = x$ est donnée par la fonction g définie sur $[0;16]$ par

$$g(x) = -2x^2 + 48x$$

1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction g.

x	0	4	8	12	16
$g(x)$	0	160	256	288	256

2. Pour quelle valeur de x, la fonction g semble-t-elle atteindre son maximum ?

la maximum semble être atteint pour $x = 12$

3. Démontrer que la fonction g est croissante sur l'intervalle $[0;12]$

g est croissante sur $[0;12]$ si pour tout a et b tels que $0 \leqslant a < b \leqslant 12$ on a $g(a) < g(b)$

Étudions le signe de $g(b) - g(a)$

$$\begin{aligned} g(b) - g(a) &= (-2b^2 + 48b) - (-2a^2 + 48a) \\ &= -2(b^2 - a^2) + 48(b - a) \\ &= -2(b-a)(b+a) + 48(b-a) \\ &= (b-a)(-2(b+a) + 48) \end{aligned}$$

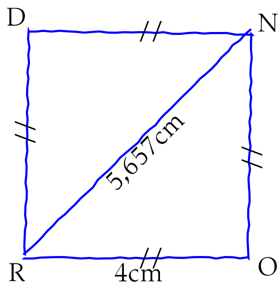
- on sait que $a < b$ donc $(b - a)$ est positif
- on sait que $0 \leqslant a < 12$ et $0 < b \leqslant 12$
  donc $0 < b + a < 24$
  $0 > -2(b+a) > -24$
  $48 > 48 - 2(b+a) > 24$
  donc $(-2(b+a) + 48)$ est positif
- donc le signe de $g(b) - g(a)$ est « positif × positif », c'est à dire positif : donc $g(b) > g(a)$.

La fonction g est donc croissante sur $[0;12]$.

Exercice 3 — Un peu de géométrie

3 points

En voyant la figure ci-contre, avec les indications de longueur et les codages, Arnufle est certain que ROND est un losange (!). Barnabé pense même qu'il s'agit d'un carré.
Qui a raison ? Pourquoi ?



D'après le codage de la figure, les 4 côtés sont égaux, donc ROND est bien un *losange*.

Pour être un carré il faut que deux côtés consécutifs soit perpendiculaires.
Dans le triangle RON, $\mathrm{RO}^2 + \mathrm{ON}^2 = 4^2 + 4^2 = 32$ et $\mathrm{RN}^2 = 5{,}657^2 = 32{,}001\,649$ donc $\mathrm{RO}^2 + \mathrm{ON}^2 \neq \mathrm{RN}^2$, le triangle RON n'est pas rectangle et le losange ROND *n'est pas* un carré.