| | | |
|---|---|---|
| **correction** | | 20 |
| | 1. cours vecteurs | 1,5 |
| | **total** | 1,5 |
| GEO12 | 2.a)b) relation de Chasles | 1,5 |
| | b) opposé | 0,5 |
| CAL | c) calculs | 1 |
| CAL | d) calculs fractions | 1 |
| | **total** | 4 |
| | 3.1 identifier figure | 0,5 |
| | 3.2 reconnaître vect. Égaux | 1 |
| GEO10 | justifier vect. Égaux | 1 |
| | 3.3 conjecture | 0,5 |
| | 3.4 reconnaître parallélog | 0,5 |
| GEO10 | démontrer parallélog | 1,5 |
| GEO08 | 3.5 démontrer alignement | 1,5 |
| | **total** | 6,5 |
| FCT02 | 4.1 tab var : ens. Def | 0,5 |
| FCT04 | tab var : flèches | 1 |
| FCT03 | tab var : images | 1 |
| FCT08 | 4.2 résol graph ineq | 1 |
| | 4.3 conjecture variation | 0,5 |
| RAI | dem var : méthode | 1 |
| CAL | dem var : calculs | 1 |
| | dem var : justifier signe | 2 |
| | **total** | 8 |

# C03

NOM ...........................................................................

## Exercice 1 — Vecteurs : cours *1,5 points*

Compléter :

Si $k$ est un réel et que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des vecteurs tels que $\vec{v} = k\vec{u}$ alors

- direction : ...........................................................................
- norme : ...........................................................................
- sens : ...........................................................................

## Exercice 2 — Vecteurs : calculs *4 points*

A, B, C, D sont quatre points du plan. I est le milieu de [AD].

Simplifier le plus possible les égalités suivantes en détaillant les calculs.

**a)** $\vec{u} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$

$\vec{u} = \left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}\right) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

**b)** $\vec{v} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

| | |
|---|---|
| $\vec{v} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ | $\vec{u} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA}$ |
| $\vec{v} = \left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}\right) + \overrightarrow{CA}$ | $\vec{u} = 2\,\overrightarrow{CI}$ |

**c)** $\vec{w} = 3\left(\vec{a} - 2\,\vec{b}\right) - \left(\vec{b} + \vec{a}\right)$

| | |
|---|---|
| $\vec{w} = 3\,\vec{a} - 6\,\vec{b} - \vec{b} - \vec{a}$ | $\vec{w} = 2\,\vec{a} - 7\,\vec{b}$ |

**d)** $\vec{z} = \dfrac{2}{3}\left(5\vec{x} + \vec{y}\right) + \dfrac{5}{7}\left(\vec{y} - \vec{x}\right)$

$$\vec{z} = \frac{10}{3}\vec{x} + \frac{2}{3}\vec{y} + \frac{5}{7}\vec{y} - \frac{5}{7}\vec{x}$$
$$\vec{z} = \left(\frac{10}{3} - \frac{5}{7}\right)\vec{x} + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}\right)\vec{y}$$
$$\vec{z} = \frac{55}{21}\vec{x} + \frac{29}{21}\vec{y}$$

## Exercice 3 — Vecteurs : démonstration

*6,5 points*

LOUP est un parallélogramme. I est le milieu de [PL]. E est le symétrique de U par rapport à P.

**1.** Identifier la figure correspondant à cet énoncé :

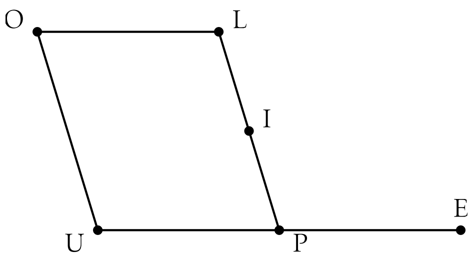



*Figure* ①

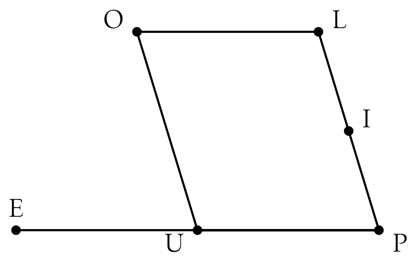



*Figure* ②

figure de droite, la ①

**2.** Citez (en justifiant) au moins deux couples de vecteurs égaux de la figure.

figure ① : $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{UP}$ car LOUP est un parallélogramme ;
$\overrightarrow{UP} = \overrightarrow{PE}$ car E symétrique de U par rapport à P.

**3.** Émettre une conjecture concernant les points O, I et E (alignés ? triangle particulier ? autre idée)

figure ① : les points semblent alignés.
figure ② : le triangle OIE semble isocèle.

4. Citer un quadrilatère qui semble être un parallélogramme dans la figure. Démontrer que c'est bien un parallélogramme.

   figure ① : POLE semble être une parallélogramme. par hypothèse, E symétrique de U par rapport à P, donc $\overrightarrow{UP} = \overrightarrow{PE}$

   LOUP est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{UP} = \overrightarrow{OL}$

   on déduit que $\overrightarrow{PE} = \overrightarrow{OL}$ donc POLE est un parallélogramme.

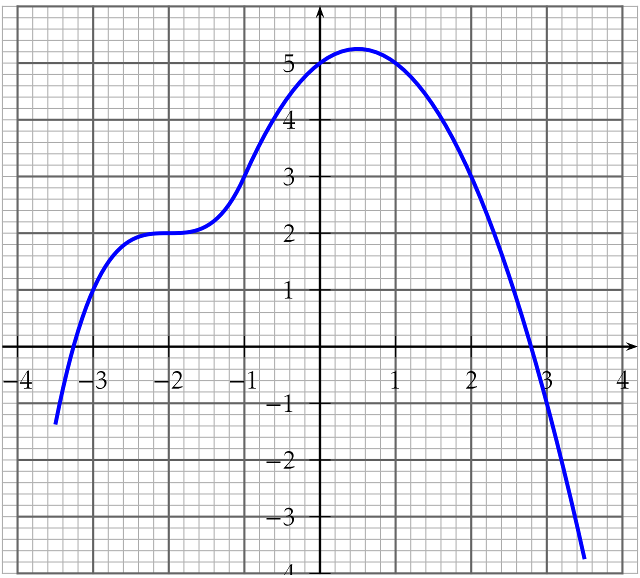
5. Démontrer la conjecture formulée en 3

   figure ① : POLE est un parallélogramme, donc [LP] et [OE] ont le même milieu.
   on sait que I est le milieu de [LP], donc I est le milieu de [OE].
   les points O, I et E sont alignés.

## Exercice 4 — Fonction

*8 points*

Voici la représentation graphique d'une fonction $f$ sur $[-3{,}5\,;3{,}5]$



1. Avec la précision permise par le graphique, compléter le tableau de variations de cette fonction.

| $x$ | $-3{,}5$ | | $0{,}5$ | | $3{,}5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| variations de $f$ | | | $5{,}25$ | | |
| | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |
| | $-1{,}4$ | | | | $-3{,}65$ |

2. Avec la précision permise par le graphique, résoudre $f(x) \geqslant 3$ (laisser apparent les pointillés de lecture).
on lit $x \in [-1\,;3]$

3. Sur l'intervalle $[1\,;3]$ l'expression de la fonction est $f(x) = -x^2 + x + 5$.
Quelle semblent être les variations de la fonction $f$ sur cet intervalle ?
Démontrer-le.

La fonction semble être décroissante sur $[1\,;3]$.
Montrons que pour tout réels $a$ et $b$ tels que $1 \leqslant a < b \leqslant 3$ on a $f(a) > f(b)$.
Étudions le signe de $f(b) - f(a)$.
$f(b) - f(a) = -b^2 + b + 5 - (-a^2 + a + 5)$
$f(b) - f(a) = a^2 - b^2 + b - a$
$f(b) - f(a) = (a - b)(a + b) - (a - b)$
$f(b) - f(a) = (a - b)(a + b - 1)$
or $a < b$ donc $a - b < 0$
on sait que $1 < a$ et $1 < b$ donc $2 < a+b$ et $1 < a + b + 1$
donc $a + b + 1 > 0$
donc $f(b) - f(a)$ est le produit d'un nombre négatif par un nombre positif, $f(b) - f(a) < 0$.
On vient de montrer que $1 \leqslant a < b \leqslant 3$ implique $f(a) > f(b)$, la fonction $f$ est décroissante sur $[1\,;3]$.