GEO01	1.1 Lire coordonnées dans repère qqconque		1,5
GEO01	1.2 Lire coordonnées dans repère qqconque		1
GEO12	1.3 construire image par translation		1
GEO11	calculer coordonnées : formule		0,5
CAL	calculer coordonnées : calcul		0,5
CHR	1.4.a abscisse N		0,5
FCT08	ordonnée de N (équation)		1
	1.4.b définition vect. colinéaires		0,5
CHR	1.4.c calcul coeff colinéarité		1,5
	total		8
GEO01	2.1 Placer points dans repère		1
CHR	2.2 nature : conjecture		0,5
MOD	dem : explications – théorèmes – conclus		1,5
GEO02	calcul longueurs : formules		1
CAL	calcul longueurs : valeurs		1,5
GEO03	2.3.a coordonnées milieu		1
GEO02	2.3.b distance IB		1
CHR	2.3.c cocyclicité : idées		1
COM	cocyclicité : démonstration		1,5
	total		10
FCT08	3. résoudre équation		1
FCT08	résoudre inéquation		1
	total		2

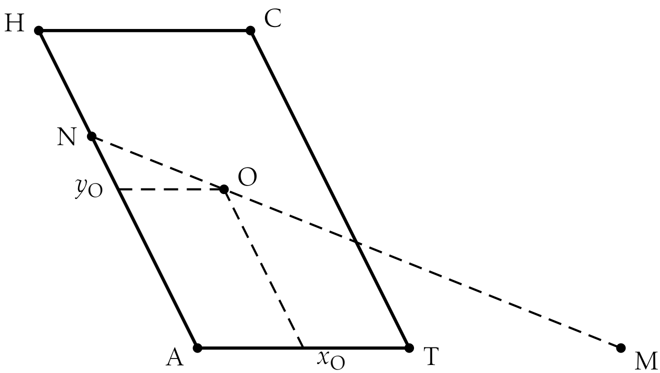
C05

NOM ....

Exercice 1 — Repérage

8 points

CHAT est un parallélogramme de centre O. On se place dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AT}, \overrightarrow{AH}\right)$



1. Donner sans justifier les coordonnées des points A, T, H et C.

   A est l'origine du repère, donc ses coordonnées sont $(0;0)$; $\overrightarrow{AT}$ est le vecteur pour les abscisses, donc ses coordonnées sont $(1;0)$; $\overrightarrow{AH}$ est le vecteur pour les ordonnées, donc ses coordonnées sont $(0;1)$; par définition du parallélogramme : $\overrightarrow{AC} = 1 \times \overrightarrow{AT} + 1 \times \overrightarrow{AH}$ donc les coordonnées de C sont $(1;1)$

2. En justifiant par des « pointillés de lecture » et/ou un calcul, donner les coordonnées du point O.

   $\overrightarrow{AO} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, donc O a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

3. Le point M vérifie $\overrightarrow{TM} = \overrightarrow{AT}$. Placer le point M sur la figure et calculer ses coordonnées.

$\overrightarrow{TM} = \begin{pmatrix} x_M - 1 \\ y_M - 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AT} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Comme $\overrightarrow{TM} = \overrightarrow{AT}$, il faut : $\begin{cases} x_M - 1 = 1 \\ y_M - 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = 0 \end{cases}$
Donc les coordonnées de M sont $(2\,;0)$.

4. Tracer la droite (MO) elle coupe le segment [AH] en un point N.

a) Recherche des coordonnées de N

(α) Quelle est l'abscisse de N ?

par construction, $N \in (AH)$, donc $y_N = 0$

(β) Calculer l'ordonnée y_N du point N en admettant qu'elle vérifie $2 - 3y_N = 0$

$2 - 3y_N = 0$
$2 = 3y_N$

$y_N = \dfrac{2}{3}$

b) Pourquoi existe-t-il un réel k tel que $\overrightarrow{NA} = k\overrightarrow{HN}$?

Les points A, N et H étant alignés, les vecteurs $\overrightarrow{NA}$ et $\overrightarrow{HN}$ sont colinéaires, donc par définition, il existe un réel k tel que $\overrightarrow{NA} = k \times \overrightarrow{HN}$

c) À l'aide d'une lecture graphique, donner la valeur de k. Retrouver cette valeur à l'aide d'un calcul.

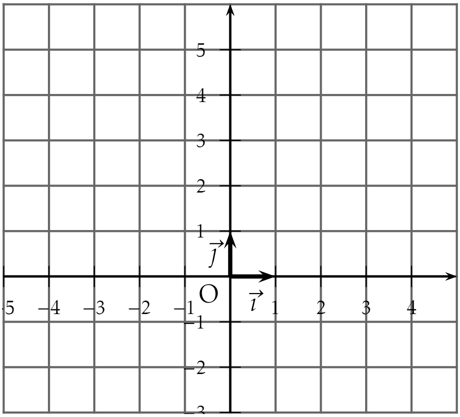
On lit $k = 2$.
On cherche k tel que $\overrightarrow{NA} = k\overrightarrow{HN}$.
on sait que $\overrightarrow{HN} = \begin{pmatrix} x_N - x_H \\ y_N - y_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ \frac{2}{3} - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

et que $\overrightarrow{NA} = \begin{pmatrix} x_N - x_A \\ y_N - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$
donc on cherche k tel que $\overrightarrow{NA} = k\overrightarrow{HN} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = k \times 0 \\ \frac{2}{3} = k \times \frac{1}{3} \end{cases}$
On trouve donc $k = 2$

Exercice 2 — Repérage

10 points

Le repère $\left(O;\vec{\imath};\vec{\jmath}\right)$ est un repère orthonormé.



1. Placer les points A, B et C de coordonnées respectives : $(-4\,;0)$, $(-2\,;4)$ et $(2,2)$

2. Quelle semble être la nature du triangle ABC ? Démontrer le.

Le triangle semble être rectangle isocèle en B.

$AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$
$=(-2-(-4))^2+(4-0)^2$
$=4+16=20$

$BC^2=(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2$
$=(2-(-2))^2+(2-4)^2$
$=16+4=20$

$CA^2=(x_A-x_C)^2+(y_A-y_C)^2$
$=(-4-2)^2+(0-2)^2$
$=36+4=40$

On a donc $AB^2=BC^2$, le triangle ABC est isocèle en B, et $AC^2=AB^2+AC^2$, le triangle ABC est rectangle en B, donc le triangle ABC est isocèle rectangle en B.

3. Soit I le milieu de [AC].

a) Calculer les coordonnées de I.

$$I\left(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\frac{y_A+y_C}{2}\right)=(-1\,;1)$$

b) Calculer la distance IB et donner le résultat sous forme simplifiée.

[IB] est la médiane issue de B, donc $IB=\frac{1}{2}AC$.

$$IB=\frac{\sqrt{40}}{2}=\frac{2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}.$$

c) Soit B′ le point de coordonnées $(0\,;-2)$. Démontrer que les points A, B, C et B′ sont cocycliques, c'est à dire qu'il existe un cercle passant par ces 4 points.

on démontre que $I = m[BB']$ en calculant $\dfrac{x_B + x_{B'}}{2}$ et $\dfrac{y_B + y_{B'}}{2}$.
On en déduit que ABCB′ est un parallélogramme (diagonales qui se coupent en leur milieu). Comme ce parallélogramme possède un angle droit c'est un rectangle : il est donc inscrit dans le cercle de centre I et de rayon IB. (on peut aussi démontrer que c'est un carré : deux côtés consécutifs de même longueur, mais cela n'est pas nécessaire).

Exercice 3 — Équation - inéquations

2 points

Résoudre : $4(2-3x) = 16$ et $5-2x > 3$

$4(2-3x) = 16$
$2-3x = 4$
$-3x = 2$
$x = \dfrac{-2}{3}$

$5-2x > 3$
$-3x > -2$
$x < \dfrac{2}{3}$