bilan des compétences				11,5
CHR	2			1
MOD	2			2
REP	4			4,5
CAL	2			3
RAI	0			0
COM	1			1
bilan des connaissances				10,5
FCT02	1			0,5
FCT03	1			0,5
FCT07	1			1
FCT08	3			5,5
FCT13	1			1
GEO04	2			1
GEO07	1			1

correction			
GEO07	1.1 eq droite : formule		1
CAL	eq. droite : calculs		1
REP	1.2 tracer droite d'équation donnée		1
REP	1.3 lire coordonnées intersection		0,5
	total		3,5
REP	2. résoudre ineq deg 2 : méthode		2,5
FCT08	rés. Eq deg 2 : solutions		2,5
	total		5
CAL	3.1 tester algo : valeurs de sortie		2
CHR	3.2 conjecture		0,5
FCT07	démontrer : méthode		1
FCT08	démontrer : calcul littéral		1,5
	total		5
MOD	4.1 schéma anoté		1
FCT02	4.2 ens definition		0,5
GEO04	4.3 Pythagore		0,5
GEO04	4.4 Pythagore		0,5
FCT08	calcul littéral		1,5
REP	4.5.a identifier coeff		0,5
FCT13	4.5.b variation 2nde degré		1
FCT03	calcul f(0) ou autre image		0,5
COM	argumenter		1
MOD	4.5.c explications		1
CHR	valeurs possibles		0,5
	total		8,5

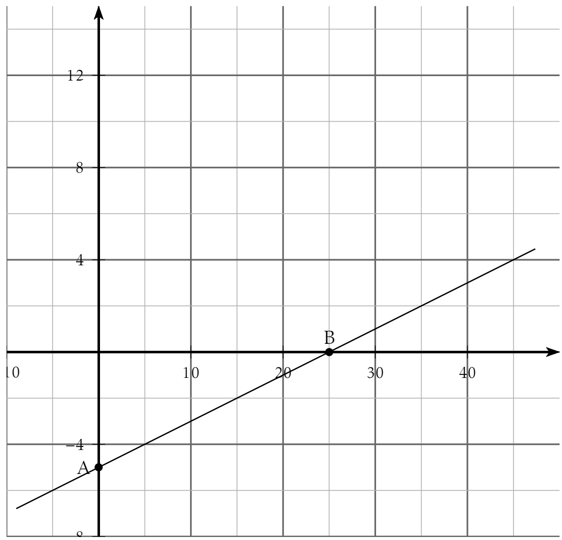
C08

NOM ....- Mois de naissance ....

Échange de calculatrice interdit !

Exercice 1 — Équations de droites

3,5 points



Les points A et B ont pour coordonnées respectives $(0\,;-5)$ et $(25\,;0)$.

1. Donner l'équation de la droite (AB) en détaillant vos calculs.

La droite passe par les points A et B, son équation est de la forme :

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$$

$$y = \frac{0-(-5)}{25-(0)}(x-0)+(-5) = 0{,}4x - 5$$

2. En expliquant votre démarche, tracer dans ce repère la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = -\frac{1}{3}x + p$ où p représente le n° de votre mois de naissance (janvier=1, février=2,...)

Il suffit de choisir deux points : $M(0;p)$ et $N(3p;0)$ par exemple.

3. Avec la précision permise par le graphique et en laissant apparent « les pointillés de lecture », lire les coordonnées du point C, intersection des droites (AB) et $\mathscr{D}$.

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_C	11,25	13,13	15	16,88	18,75	20,63	22,5	24,38	26,25	28,13	30	31,88
y_C	−2,75	−2,38	−2	−1,63	−1,25	−0,88	−0,5	−0,12	0,25	0,63	1	1,38

Exercice 2 — Inéquations *5 points*

Résoudre par la méthode de votre choix (algébrique, graphique...) :

a) $x^2 < 25$ **b)** $x^2 \geqslant 13 \times m$ (m est le n° de votre mois de naissance).

Le plus rapide : un schéma de la parabole d'équation $y = x^2$, puis lecture graphique.

a) $x^2 < 25 \Leftrightarrow x \in]-5;5[$

b) $x^2 \geqslant 13m \Leftrightarrow x \in]-\infty;-\sqrt{13m}] \cup [\sqrt{13m};+\infty[$

Exercice 3 — Un algorithme mystère *5 points*

Algorithme 1 :

Données : un entier k non nul
Sortie : les entiers a, b et c
a **prend la valeur** $2 \times k$
b **prend la valeur** $(k+1)^2 - a - 2$
c **prend la valeur** $b + 2$
Afficher $(a;b;c)$

1. Donner les valeurs affichées par cet algorithme quand k prend la valeur de $m + 1$ (le n° de votre mois de naissance augmenté de 1), puis pour $k = 14$.
2. Émettre une conjecture, puis la démontrer.

k	a	b	c
2	4	3	5
3	6	8	10
4	8	15	17
5	10	24	26
6	12	35	37
7	14	48	50
8	16	63	65
9	18	80	82
10	20	99	101
11	22	120	122
12	24	143	145
13	26	168	170
14	28	195	197

Il semble que cet algorithme permet d'obtenir des triplets Pythagoriciens.
Démontrons que $a^2 + b^2 = c^2$
$a = 2k$
$b = (k+1)^2 - a - 2$
$= k^2 + 2k + 1 - 2k - 2 = k^2 - 1$
$c = b + 2 = k^2 + 1$

$a^2 = 4k^2$
$b^2 = (k^2-1)^2 = k^4 - 2k^2 + 1$
$c^2 = (k^2+1)^2 = k^4 + 2k^2 + 1$

Exercice 4 — Second degré et géométrie

8,5 points

ABCD est un rectangle tel que AB = 30 et AD = 12.
F est un point du segment [CD].

1. Dessiner un schéma correspondant à la situation (pas forcément à l'échelle).

   On cherche s'il existe une position de F telle que le triangle AFB soit rectangle en F.

2. On note x la distance DF. Quelles sont les valeurs que peut prendre x ?
   la distance DF est comprise entre 0 (si F = D) et 30 (si F = C).

3. Vérifier que AF^2 est égal à $144 + x^2$.
   Théorème de Pythagore dans le triangle AFD :
   $AF^2 = AD^2 + DF^2$ donc $AF^2 = 12^2 + x^2 = 144 + x^2$

4. Montrer que le triangle AFB est rectangle en F si et seulement si $x^2 - 30x + 144 = 0$.

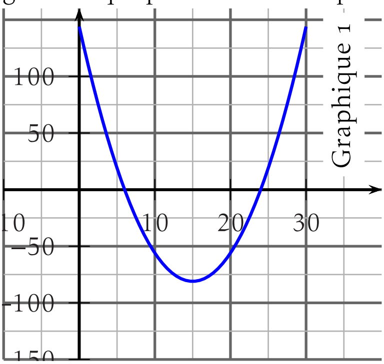
D'après le théorème de Pythagore : $BF^2 = CF^2 + FB^2 = (30-x)^2 + 12^2$
Le triangle ABF est rectangle en F si et seulement si : $AF^2 + BF^2 = AB^2 \Leftrightarrow 144 + x^2 + (30-x)^2 + 12^2 = 30^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 2\times 30x + 2\times 144 = 900 \Leftrightarrow \ldots$

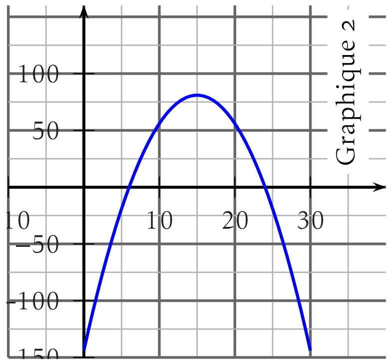
5. Soit f la fonction du second degré définie par $f(x) = x^2 - 30x + 144$.

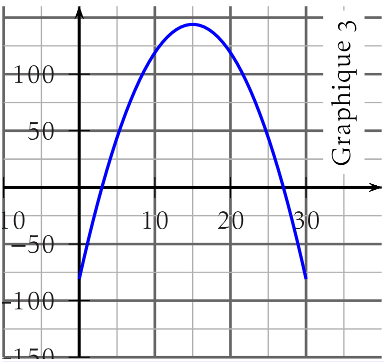
   a) Identifier les coefficients de cette fonction.

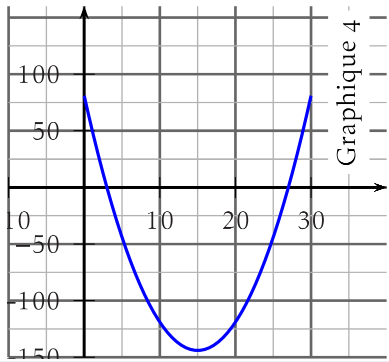
   $a = 1$, $b = -30$ et $c = 144$

   b) Parmi les paraboles suivantes, quelle est celle qui peut représenter la fonction f ? Pour chaque graphique vous devez donner au moins un argument qui permet de l'accepter ou de le refuser.









Le coefficient de x^2 est positif : ce ne peut être ni le graphique 2, ni le graphique 3.
Pour $x = 0$, on a $f(0) = 144$, c'est donc le graphique 1

c) La représentation graphique choisie, permet-elle de répondre à la question « Existe-t-il une valeur de DF telle que le triangle ABF soit rectangle en F » ?

D'après ce qui précède, le triangle est rectangle si et seulement si $x^2 - 30x + 144 = 0$, avec $x = \text{DF}$.
Or cette équation admet deux solutions (par lecture graphique on trouve 6 et 24, donc il existe deux positions de F telles que le triangle AFB soit rectangle en F.