Bilan fin de Terminale S

Pour chaque question, il n'y a qu'une bonne réponse (**a**), **b**) et éventuellement **c**) en lisant de gauche à droite ou de haut en bas)

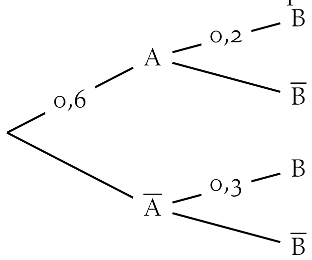
Pour te corriger, noircis la case de la réponse : tu obtiens un QR-code.

Toutes ces questions sont inspirées des sujets de BAC S de 2015 et 2016.

Les questions « spé » peuvent être traitées par les non spé avec un peu de bon sens.

1. Statistiques - Probas

1. On considère l'arbre de probabilités



Quelle est la probabilité de l'événement B ?

0,24

0,2

0,12

---

2. Le césium 137 est un élément radioactif qui constitue une des principales sources de radioactivité des déchets des réacteurs nucléaires. Le temps T, en années, durant lequel un atome de césium 137 reste radioactif peut être assimilé à une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = \dfrac{\ln 2}{30}$.

Quelle est la probabilité qu'un atome de césium 137 reste radioactif durant au moins 60 ans ?

0,125

0,25

0,875

---

3. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 110$ et d'écart-type $\sigma = 25$.

Quelle est la valeur arrondie au millième de la probabilité $P(X \geqslant 135)$?

0,841

0,317

0,159

---

4. On lance une pièce de monnaie bien équilibrée 100 fois de suite.

Lequel des intervalles proposés est un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence d'apparition de la face pile de cette pièce ?

$[0{,}371\,;0{,}637]$

$[0{,}412\,;0{,}695]$

$[0{,}402\,;0{,}598]$

---

5. Une entreprise souhaite obtenir une estimation de la proportion de personnes de plus de 60 ans parmi ses clients, au niveau de confiance de 95 %, avec un intervalle d'amplitude inférieure à 0,05.

Quel est le nombre minimum de clients à interroger ?

1 600

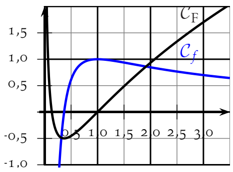
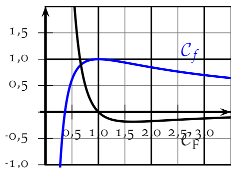
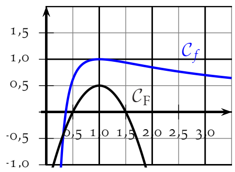
400

3 200

---

2. Fonctions

2.1 Logarithme et exponentielle

6. On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}(1+\ln x)$. Dans les trois situations suivantes, on a dessiné, dans un repère orthonormé, la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f et une courbe $\mathcal{C}_F$. Dans une seule situation, la courbe $\mathcal{C}_F$ est la courbe représentative d'une primitive F de la fonction f. Laquelle ?			
7. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{3}{1+\mathrm{e}^{-2x}}$	la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$	la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$
8. La courbe représentative de la fonction f définie à la question 7 admet une asymptote	d'équation $y=\dfrac{3}{2}$	d'équation $y=3$	d'équation $x=3$
9. Soit u la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $u(x)=\ln(x)+x-3$. $u(x)=0$ admet	une unique solution α, avec $\alpha\in[1\,;2]$	au moins une solution α, avec $\alpha\in[2\,;3]$	une unique solution α, avec $\alpha\in[2\,;3]$
10. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)(\ln(x)-2)+2$. La limite en 0 de la fonction f est	$-\infty$	0	$+\infty$
11. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;20]$ $f(x)=(x+1)\ln(x+1)-3x+7$. La dérivée de la fonction f s'annule	jamais	pour $x=\mathrm{e}^2-1$	pour $x=2$

2.2 Intégration

12. On admet que la fonction H définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $\mathrm{H}(x)=\dfrac{1}{2}(\ln(x))^2$ est une primitive de la fonction h définie sur l'intervalle $]0\ +\infty[$ par $h(x)=\dfrac{\ln(x)}{x}$. Alors $\mathrm{I}=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}^2}\dfrac{2-\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$ est égale à	2	3	$\ln 2$
13. On définit la fonction h sur $[0\,;+\infty[$ par $h(x)=\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{-x}\cos(x)$. On admet que, sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, la fonction H définie par $\mathrm{H}(x)=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x}(-2+\cos(x)-\sin(x))$ est une primitive de la fonction h. On note $\mathcal{D}$ le domaine du plan délimité par les courbes $\mathcal{C}_{(}$ et les droites d'équations $x=0$ et $x=2\pi$. L'aire $\mathcal{A}$ du domaine $\mathcal{D}$, exprimée en unités d'aire est égale à	0	$\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\pi}$	$\mathrm{e}^{-2\pi}$
14. Soit f la fonction définie sur $[0\,;1]$ par $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}}$. Alors $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=$	$\ln(2)-\ln(1+\mathrm{e})$	$\ln(2)+1-\ln(1+\mathrm{e})$	1

3. Géométrie

3.1 Géométrie - Espace

15. Soit un cube ABCDEFGH d'arête 1. Dans le repère $\left(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{AE}\right)$, on considère les points M, N et P de coordonnées respectives $M\left(1 ; 1 ; \frac{3}{4}\right)$, $N\left(0 ; \frac{1}{2} ; 1\right)$ et $P\left(1 ; 0 ; -\frac{5}{4}\right)$. Les points M, N et P...

- ne sont pas alignés
- sont alignés

---

16. Les points M, N et P sont ceux de la question 15. Le triangle MNP est

aplati	rectangle	equilatéral

---

17. on considère les points E(2 ;1 ;−3), F(1 ;−1 ;2) et G(−1 ;3 ;1) dont les coordonnées sont définies dans un repère orthonormé de l'espace.
Une représentation paramétrique de la droite (EF) est donnée par

- $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = -3+2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 4-t \\ z = 3-2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$
- $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 7-10t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$

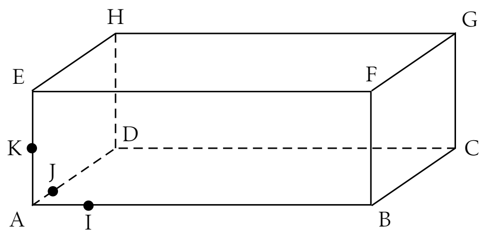
---

18. Les points E, F et G sont ceux de la question 17.
Une mesure en degré de l'angle géométrique $\widehat{FEG}$, arrondie au degré, est 50°.

- faux
- vrai

---

19. On considère le pavé droit ABCDEFGH, pour lequel AB = 6, AD = 4 et AE = 2.
I, J et K sont les points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

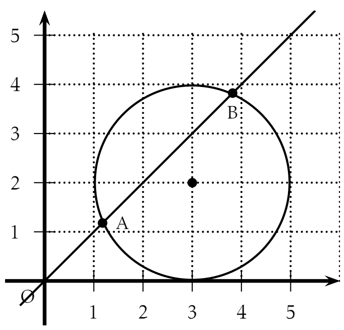


On se place dans le repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AK}\right)$. Le point L intersection du plan (IJG) et de la droite (BF) a pour coordonnées :

- $L\left(6 ; 0 ; \frac{13}{9}\right)$
- $L\left(6 ; 0 ; \frac{10}{9}\right)$
- $L\left(0 ; 6 ; \frac{10}{9}\right)$

3.2 Géométrie - Complexes

20. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note S l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie les deux conditions : $|z-1| = |z-i|$ et $|z-3-2i| \leqslant 2$.
Sur la figure, on a représenté le cercle de centre le point de coordonnées (3; 2) et de rayon 2, et la droite d'équation $y = x$.
Cette droite coupe le cercle en deux points A et B.



- L'ensemble S est le segment [AB]
- L'ensemble S est la droite (AB)
- L'ensemble S est la médiatrice du segment [AB]

---

21. le nombre complexe $\left(\sqrt{3}+i\right)^{1515}$

un réel	un nombre complexe ni réel, ni imaginaire pur.	un imaginaire pur

---

22. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. À tout point M d'affixe z du plan, on associe le point M′ d'affixe z' définie par $z' = z^2 + 4z + 3$. Un point M est dit invariant lorsqu'il est confondu avec le point M′ associé.	Cette transformation admet deux points invariants	Cette transformation admet un point invariant	Cette transformation n'admet aucun points invariants

4. Suites

23. Soit (u_n) la suite définie par son premier terme u_0 et, pour tout entier naturel n, par la relation $u_{n+1} = au_n + b$ (a et b réels non nuls tels que $a \neq 1$). On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - \dfrac{b}{1-a}$.	La suite (v_n) est géométrique de raison a	La suite (v_n) est arithmétique de raison $\dfrac{b}{1-a}$	La suite (v_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique
24. (spé) On considère les suites (r_n) et (s_n) définies par $r_0 = 0$ et $s_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $\begin{cases} r_{n+1} = r_n + s_n \\ s_{n+1} = 2r_n \end{cases}$ Soit (k_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $k_n = r_n - s_n$	pour tout $n \geqslant 1$, $k_n = (-1)^n$	la suite (k_n) est géométrique de raison -1	la suite (k_n) est arithmétique de raison -1

25. Soit la proposition P_n définie pour $n \geqslant 2$: « il existe une droite passant par n points distincts du plan. ».

1. **Initialisation**
2. pour $n = 2$, P_2 est vrai : il existe toujours une droite passant par deux points.
3. **Hypothèse de récurrence**
4. Supposons qu'il existe un entier p pour lequel la proposition P_p : « il existe une droite passant par p points distincts du plan. » soit vraie.
5. Démontrons que la proposition P_{p+1} : « il existe une droite passant par $p+1$ points distincts du plan. » est aussi vraie.
6. **Démonstration**
7. Soient $A_1, A_2, \ldots, A_p, A_{p+1}$, $(p+1)$ points distincts du plan.
8. Par hypothèse de récurrence, les p points $A_1, A_2, \ldots, A_p$ sont alignés (proposition P_p) sur une droite $\mathscr{D}_1$.
9. Toujours par hypothèse de récurrence, les p points $A_2, A_3, \ldots, A_{p+1}$ sont alignés (proposition P_p) sur une droite $\mathscr{D}_2$.
10. Les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ ont donc $(p-1)$ points en communs
11. elles sont donc confondues.
12. La propriété P_{p+1} est donc vraie.
13. **Conclusion**
14. pour $n \geqslant 2$: P_n : « il existe une droite passant par n points distincts du plan. ».

- Cette démonstration est correcte : elle illustre un paradoxe mathématique.
- Cette démonstration contient une erreur ligne 11
- Cette démonstration contient une erreur ligne 9

5. Algorithme

26. On donne l'algorithme suivant où MOD(N , k) représente le reste de la division euclidienne de N par k. 7

Variables	n entier naturel et $n \geqslant 3$
	k entier naturel et $k \geqslant 2$
Initialisation	Demander à l'utilisateur la valeur de n
	Affecter à k la valeur 2
Traitement	Tant que $\text{MOD}(2^n - 1,\ k) \neq 0$ et $k \leqslant \sqrt{2^n - 1}$
	Affecter à k la valeur $k+1$
	Fintantque
Sortie	Afficher k.

11

spé

pour $n = 33$, l'algorithme va afficher 3

27. On considère l'algorithme suivant : $(-4\,;1)$, $(-4\,;5)$, $(0\,;1)$, $(1\,;-4)$, $(1\,;0)$, $(5\,;-4)$

```
Variables    m et m' entiers relatifs
Traitement   Pour m allant de −10 à 10
               Pour m' allant de −10 à 10
                 Si (mm')² + 16(m − 1)(m' − 1) + 4mm' = 0 alors
                   Afficher (m ; m')
                 FinSi
               FinPour
             FinPour
```

Cet algorithme affiche six couples d'entiers dont $(-4\,;1)$, $(0\,;1)$ et $(5\,;-4)$. Écrire les six couples dans l'ordre d'affichage de l'algorithme. $(-4\,;1)$, $(1\,;-4)$, $(-4\,;5)$, $(5\,;-4)$, $(0\,;1)$, $(1\,;0)$

Correction

ATTENTION : le QR-Code fonctionne même si quelques réponses sont erronées (n'hésite pas à te faire corriger par ton prof de maths préféré !)

2a	4a	6c	1a	7a	4c	5b	17c	9a	6b	11c
5a	5c	13a	6a	3c	14a	19a	10c		7b	25b
20a	13c		18b		14b	17a	2b	24a	15b	
23c	12b	22a	15a	21c	11b	16a	19c	9b	19b	26a
14c	2c	9c		1b			7c			
			12a			24b			11a	25a
			25c	16c	18a		23a	16b	8b	
		12c	17b	8a		27a	10a		4b	
	20c	3a		22c	27b	1c				21a
8c	26c	23b	21b	10b			13b	22b		
					3b	24c		20b		26b