

correction		10
REP	1.1 orientation justifiée	0,5
FCTo1	calcul delta	1
REP	nombre de racines	1
FCTo1	abscisse sommet	1
CAL	ordonnée sommet	1
REP	allure de la parabole	1
REP	1.2 orientation justifiée	0,5
FCTo1	calcul delta	1
REP	nombre de racines	1
FCTo2	conclusion inéquation	1
	total	9
REP	2.A.1 lire image de 30	0,5
REP	calculer benef : lire image $R(30)$	0,5
MOD	calculer benef : calcul	0,5
REP	2.A.2 lire antécédent	1
MOD	2.A.3 interpréter benef positif	1,5
REP	2.A.4 lire benef max	1
CAL	2.B.1 calculer image	0,5
MOD	2.B.2 calculer expression benef	1
FCTo2	2.B.3 résoudre inéquation	3,5
MOD	2.B.4 coordonnées sommet + interpréter	1
	total	11

Co4- SUJET A

NOM - Mois de naissance

Pour tout le contrôle, il faut remplacer m par le numéro de votre mois de naissance.

Exercice 1 — Questions de cours

9 points

- Donner l'allure de la courbe représentative de la fonction $f(x) = -mx^2 + 4x + m$.
(Vous dessinerez l'allure la parabole, l'axe des abscisses et donnerez les coordonnées du sommet)

identification des coefficients : $a = -m$; $b = 4$ et $c = m$

orientation de la parabole : $a < 0$ donc la parabole est orientée « vers le bas ».

calcul du discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$; pour tous $b^2 = 16$, donc $\Delta = 16 - 4 \times (-m) \times m = 16 + 4m^2$ donc pour tous $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions.

Coordonnées du sommet : $x_{\text{sommet}} = \frac{-b}{2a}$

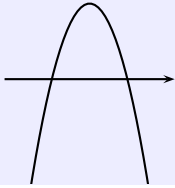
sujet A

mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_{sommet}	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{6}$
	2,0	1,0	0,67	0,5	0,4	0,33	0,29	0,25	0,22	0,2	0,18	0,17
y_{sommet}	5	4	$\frac{13}{3}$	5	$\frac{29}{5}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{53}{7}$	$\frac{17}{2}$	$\frac{85}{9}$	$\frac{52}{5}$	$\frac{125}{11}$	$\frac{37}{3}$
	5,0	4,0	4,33	5,0	5,8	6,67	7,57	8,5	9,44	10,4	11,4	12,3

sujet B

mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_{sommet}	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{2}{9}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{11}$	$-\frac{1}{6}$
	-2,0	-1,0	-0,67	-0,5	-0,4	-0,33	-0,29	-0,25	-0,22	-0,2	-0,18	-0,17
y_{sommet}	5	4	$\frac{13}{3}$	5	$\frac{29}{5}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{53}{7}$	$\frac{17}{2}$	$\frac{85}{9}$	$\frac{52}{5}$	$\frac{125}{11}$	$\frac{37}{3}$
	5,0	4,0	4,33	5,0	5,8	6,67	7,57	8,5	9,44	10,4	11,4	12,3

allure de la courbe :



2. Résoudre (en détaillant) l'inéquation : $5x^2 - mx + 8 \geq 0$. Les éventuelles valeurs approchées seront arrondies au dixième.

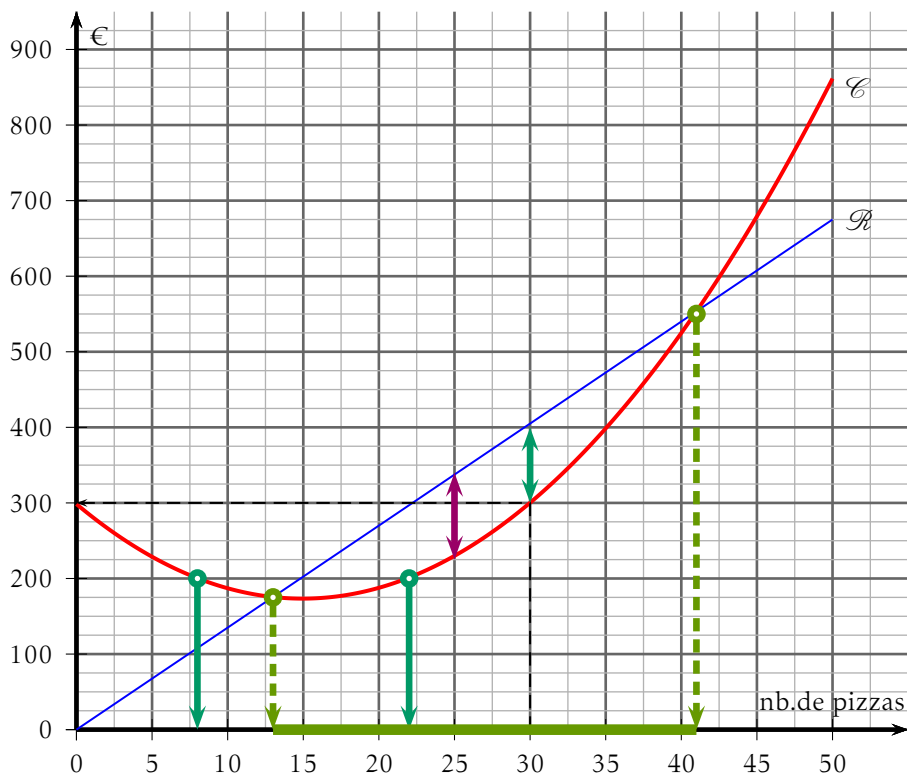
- Le coefficient de x^2 est 3, donc positif : la parabole représentant f est orientée « vers le haut ».
- On calcule le discriminant $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 5 \times 8 = m^2 - 160$. Donc pour tous $\Delta < 0$, l'équation n'a pas de solutions : la courbe ne coupe pas l'axe des abscisses.
- Donc quelque soit x , on a toujours $5x^2 - mx + 8 \geq 0$

Exercice 2 — Vente de pizzas

11 points

Un restaurateur de vente à emporter fabrique entre 0 et 50 pizzas chaque jour. Le prix de vente moyen d'une pizza est de 13,5 €.

Sur le graphique, la courbe en trait épais représente le coût de production en fonction du nombre de pizzas, la droite en trait plus fin représente la recette en fonction du nombre de pizzas.



Partie A – Lecture graphique

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique. Laisser apparents les « pointillés de lecture ».

1. Quel est le coût de production de 30 pizzas ? Quel est alors le bénéfice ?

On lit que le coût de production est de 300 € ; on lit un bénéfice de 100 €

2. À combien de pizzas correspond un coût de production de 250 € ?

On lit qu'une production de 8 pizzas ou de 22 pizzas correspond à un coût de 250 €

3. Combien de pizzas faut-il vendre pour avoir un bénéfice positif ?
On lit qu'il faut vendre entre 13 et 41 pizzas pour avoir un bénéfice positif.
4. Quel est le nombre de pizzas qui permet d'avoir un bénéfice maximal ?
Le bénéfice semble être maximal pour 25 pizzas, le coût de production est d'environ 225 € et la recette est de 340 €, donc le bénéfice maximal serait de 115 €.

Partie B – Calculs

Pour cette partie, on admet que le coût de production est la fonction $\mathcal{C}$ définie sur $[0; 50]$ par : $\mathcal{C}(x) = 0,56x^2 - 16,74x + 298,48$ et que la fonction recette est définie sur le même intervalle par $\mathcal{R}(x) = 13,5x$.

1. Calculer, au centime près, le coût de production de 30 pizzas.
Le coût de production de 30 pizzas est : $\mathcal{C}(30) = 0,56 \times 30^2 - 16,74 \times 30 + 298,48 = 300,28$ €
2. Parmi les expressions suivantes, choisir en justifiant celle de la fonction $\mathcal{B}$ donnant le bénéfice en fonction du nombre de pizzas.
 - $\mathcal{B}(x) = 0,56x^2 - 30,24x + 298,48$
 - $\mathcal{B}(x) = -0,56x^2 + 30,24x - 298,48$
 - $\mathcal{B}(x) = -0,56x^2 - 3,24x + 298,48$
 On sait que $\mathcal{B}(x) = \mathcal{R}(x) - \mathcal{C}(x)$.
3. Avec l'expression choisie précédemment, résoudre en détaillant $\mathcal{B}(x) \geq 0$.
4. Avec l'expression choisie précédemment, donnant en détaillant le nombre de pizzas à vendre pour que le bénéfice soit maximal. Quel est le montant du bénéfice maximal ?
abscisse du sommet...