

DEVOIR COMMUN – MATHÉMATIQUES – Section STMG

Durée de l'épreuve : 2 heures

RENDRE LE SUJET AVEC LA COPIE

Ce sujet comporte 3 exercices notés sur 25.

Une calculatrice par candidat autorisée, échange de calculatrice interdit.

Toute trace de recherche sera prise en compte pour l'évaluation.

N° Anonymat

Exercice 1 —

10 points

Un restaurant sert 260 couverts par semaine, en proposant un menu à 12 € et un à 22 €.

Partie A –

Pour l'inauguration de son restaurant, le gérant offre toute la semaine à chacun de ses clients, soit un café, soit un apéritif.

- 55 % des clients ont choisi un café, les autres un apéritif ;
- 91 clients ont choisi un menu à 22 €.
- 20 % des clients ont choisi un menu à 22 € et ont pris un café ;

Cette situation peut être représentée dans un tableau.

	A	B	C	D
1		Menu à 12 €	Menu à 22 €	Total
2	Clients ayant choisi un café	91 ⑤	52 ⑥	143
3	Clients ayant choisi un apéritif	78	39 ④	117 ①
4	Total	169 ②	91	260

- Écrire le calcul qui a permis de trouver le nombre 143 dans la cellule D2. café.
on calcule 55 % des clients : $\frac{55}{100} \times 260 = 143$
 - Compléter le tableau en détaillant les calculs de la colonne C.

① cellule D3 : $260 - 143 = 117$	③ cellule C2 : 20 % des clients = $\frac{20}{100} \times 260 = 52$
② cellule B4 : $260 - 91 = 169$	④ cellule C3 : $91 - 52 = 39$
- On note A la sous population des clients ayant choisi un apéritif et M la sous population des clients ayant choisi le menu à 12 €.
 - Définir par une phrase la sous population : $A \cap M$.
 $A \cap M$ représente les clients ayant pris un menu à 12 € et un apéritif.
Dans la suite, les résultats des calculs seront donnés en pourcentage et arrondi à l'entier.
 - Quel pourcentage du nombre total de clients représente la population M ?
169 clients parmi les 260 soit $\frac{169}{260} = 0,65 = 65 \%$
 - Quel pourcentage du nombre total de clients représente la sous-population $A \cap M$?
 $p_{A \cap M} = \frac{78}{260} = 0,3$ soit 30 %.

- d) Parmi les clients ayant choisi de prendre un café, quelle est la proportion de ceux qui ont pris un menu à 22 € ?

Cette proportion est $\frac{52}{143} \approx 0,36$ soit 36 %.

- e) Parmi l'ensemble des clients, calculer la proportion de clients ayant choisi un menu à 12 € ou un apéritif.

$$p_{M \cup A} = p_A + p_M - p_{M \cap A} = \frac{169}{260} + \frac{117}{260} - \frac{78}{260} = \frac{208}{260} = 0,8 \text{ soit } 80\% \text{ des clients.}$$

Partie B –

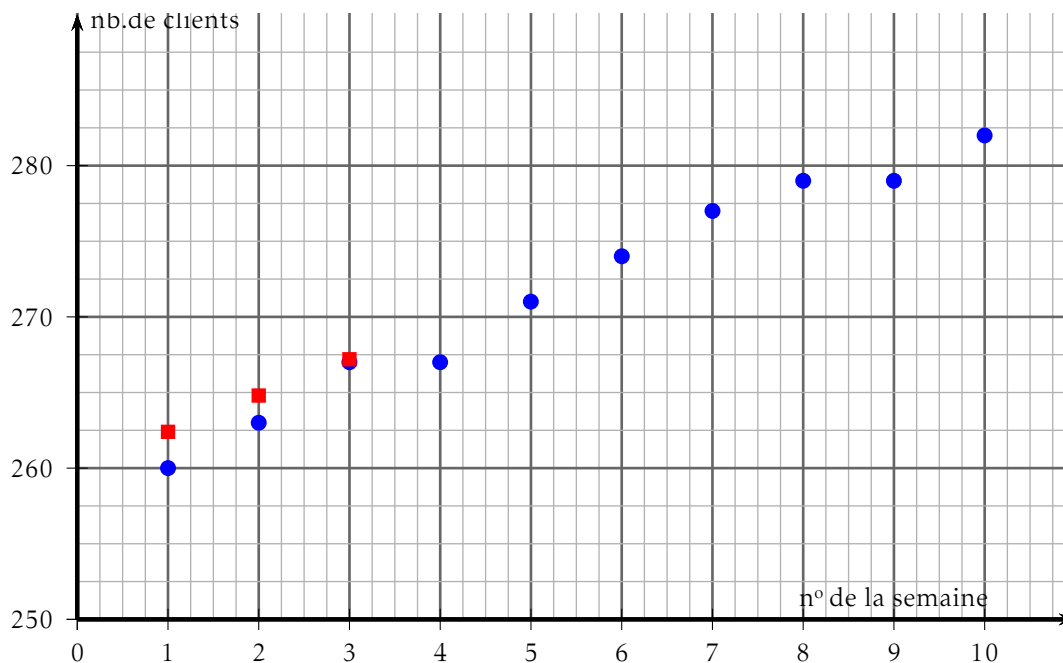
Chaque fin de semaine, le restaurateur note le nombre de clients. Il obtient le tableau suivant :

semaine	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
nb. clients	260	263	267	267	271	274	277	279	279	282

Cela signifie que la première semaine il a eu 260 clients et que la quatrième semaine il a eu 267 clients.

1. Pour mieux voir l'évolution de sa clientèle, il vous demande de construire un graphique. En abscisse : le numéro de la semaine, en ordonnée : le nombre de clients.

Placer les points correspondant dans le graphique suivant.



2. Voyant le graphique obtenu, vous décidez de modéliser le nombre de clients en fonction du numéro de la semaine par une suite arithmétique (u_n) définie par $u_0 = 260$ et de raison 2,4.

- a) Calculer les termes u_1 , u_2 et u_3 , puis placer les points $(1; u_1)$, $(2; u_2)$ et $(3; u_3)$ sur le graphique.

par définition d'une suite arithmétique :

$$u_1 = u_0 + 2,4 = 262,4$$

$$u_2 = u_1 + 2,4 = 264,8$$

$$u_3 = u_2 + 2,4 = 267,2$$

- b) En utilisant cette suite, quel est le numéro de la semaine à partir de laquelle le nombre de clients sera supérieur à 290 ?

On cherche n tel que $u_n \geq 290$. À l'aide de la calculatrice on trouve : $n = 13$

Exercice 2 —

10 points

Une entreprise fabrique des pièces mécaniques.

On note x le nombre de dizaines de pièces fabriquées au cours d'une journée.

Le coût de production, en centaines d'euros, de x dizaines de pièces est noté $C(x)$. La partie de la courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[0; 10]$ est donnée dans le repère de l'annexe à rendre avec la copie.

Partie A – Lecture graphique

On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

1. À l'aide du graphique, déterminer le coût de production de 80 pièces, puis le nombre de pièces correspondant à un coût de 500 €.

On lit que le coût de production de 80 pièces est de 1 800 € et qu'un coût de production de 500 € correspond à une production de 22 ou 57 pièces.

2. Chaque pièce est vendue 30 €. On note $R(x)$ la recette de l'entreprise, en centaine d'euros, lorsqu'elle produit x dizaines de pièces. Choisir en justifiant l'expression de R

a) $R(x) = 3x$ b) $R(x) = 30x$

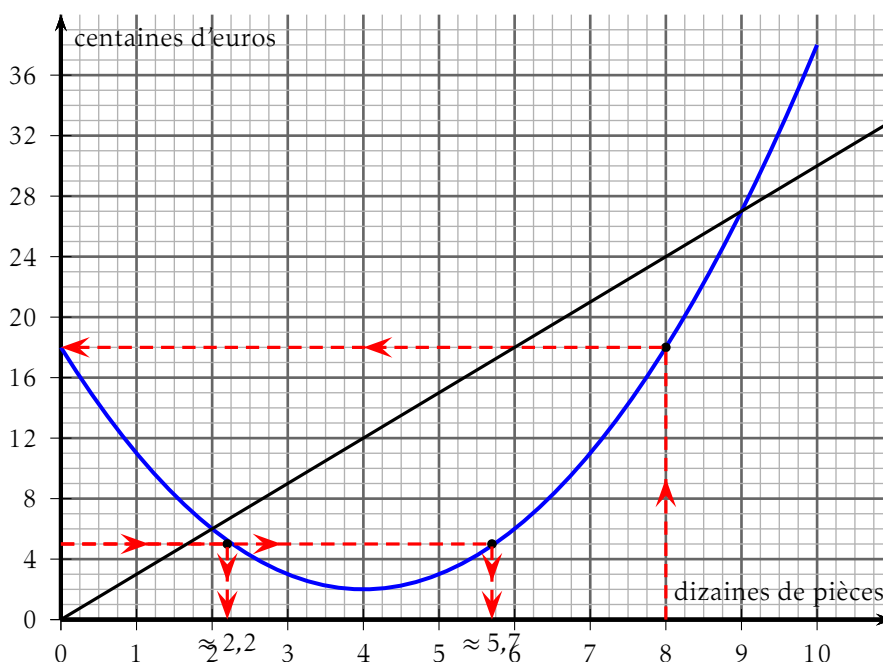
Une pièce coûte 30 €, donc une dizaine de pièces coûte 300 €, c'est à dire 3 centaines d'euros.

On en déduit que $R(x) = 3x$ car x représente une dizaine de pièces et R est en centaine d'euros.

3. Représenter la fonction R dans le repère de l'annexe à rendre avec la copie.
4. Le bénéfice réalisé par l'entreprise, en centaine d'euros, se calcule en fonction du nombre x de dizaines de pièces vendues. C'est la différence entre la recette et le coût de production. On note $B(x)$ ce bénéfice.
- À l'aide du graphique, déterminer à quel intervalle doit appartenir x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif (si nécessaire, arrondir les valeurs au dixième).

Pour que le bénéfice soit positif, il faut que la recette soit supérieure au coût, donc graphiquement il faut que la droite représentant la recette soit au dessus de la courbe représentant le coût : cela se produit pour $x \in [2; 9]$.

Donc quand l'entreprise produit entre 20 et 90 pièces, le bénéfice est positif.



Partie B – Étude du bénéfice

On admet que la fonction C est définie par : $C(x) = x^2 - 8x + 18$ sur l'intervalle $[0; 10]$.

1. On rappelle que le bénéfice est la différence entre la recette et le coût de production.

Choisir en justifiant l'expression du bénéfice :

- a) $B(x) = -x^2 + 11x - 18$ b) $B(x) = -x^2 + 1,1x - 18$ c) $B(x) = -x^2 - 5x + 18$

Il faut calculer : $B(x) = R(x) - C(x)$	$= 3x - x^2 + 8x - 18$
$= 3x - (x^2 - 8x + 18)$	$= -x^2 + 11x - 18$

2. a) Résoudre algébriquement dans l'intervalle $[0; 10]$ l'équation $B(x) = 0$.

Donner une interprétation économique du résultat.

$$B(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 11x - 18 = 0$$

on reconnaît une équation du second degré de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, avec $a = -1$, $b = 11$ et $c = -18$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 11^2 - 4 \times (-1) \times (-18) = 49$$

comme Δ est positif, l'équation admet deux solutions :

$$\alpha = \frac{-11 - \sqrt{49}}{2 \times (-1)} = 9 \text{ et } \beta = \frac{-11 + \sqrt{49}}{2 \times (-1)} = 2$$

Cela signifie que le bénéfice est nul si on produit 20 ou 90 pièces.

- b) Dresser le tableau de signe de $B(x)$ sur $[0; 10]$. Justifier.

B est une fonction du second degré, sa représentation graphique est une parabole. Comme le coefficient de x^2 est (-1) , la parabole est orientée « vers le bas ».

On en déduit le tableau de signe de $B(x)$.

x	0	2	9	10	
signe de $B(x)$	-	0	+	0	-

- c) Dédire des questions précédentes, le nombre de pièces que doit fabriquer l'entreprise pour réaliser un bénéfice.

Pour réaliser un bénéfice, l'entreprise doit produire entre 2 et 9 dizaines de pièces.

- d) Déterminer le nombre de pièces que l'entreprise doit produire pour réaliser un bénéfice maximum et donner le montant de ce bénéfice en euros.

La fonction B étant un polynôme du second degré, l'abscisse du sommet est $\frac{-b}{2a}$. Ici c'est $\frac{-11}{2 \times (-1)} = 5,5$.

Il faut donc produire 55 pièces.

Le maximum est $B(5,5) = 12,25$, c'est à dire 1 225€.

Exercice 3 — Q.C.M.

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q.C.M.).

Pour chaque question, il n'y a qu'une seule bonne réponses parmi les solutions proposées.

Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise enlève 0,25 point, une absence de réponse n'enlève, ni n'apporte de point.

Si le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à 0.

Écrire LISIBLEMENT la lettre de la réponse choisie dans la case en fin de ligne.

Le prix hors taxes d'un objet est de 172 €. Le taux de la T.V.A. est de 7%. Le coût de l'objet est donc de ...

- a) 12,04 € b) 172,07 € c) 179 € d) 184,04€

☐ 1

Le prix hors taxes d'un objet est de 250 €. Le montant des taxes est de 40 €. Le taux des taxes en pourcentage est de ...

- a) 52,5% b) 0,4% c) 16% d) 2,1%

☐ 2

Le taux de la T.V.A. est de 19,6 %. Le montant des taxes à appliquer au prix d'un objet est de 23,52 €. Le coût TTC de cet objet est...

- a) 143,52 € b) 120 € c) 28,13 € d) 23,52 €

☐ 3

Un prix a augmenté de 15 %, puis a baissé de 15 %. Au final le prix...

- a) n'a pas bougé b) a baissé de 0,977 5 % c) a baissé de 2,25 % d) a augmenté de 2,25 %

☐ 4

Un prix augmente de 4,2 % par an pendant 4 ans. En tout le prix a augmenté d'environ

- a) 4,17 % b) 16,8 % c) 17,89 % d) 31,11 %

☐ 5