la notation par compétences (sur 20 points) peut remonter la note par QCM (sur 23 points) dans des proportions connues de moi seul...

| | | | |
|---|---|---|---|
| | **T2c06 : QCM proba -espace – expo** | | 23 |
| | **bilan des compétences** | | 10 |
| CAL | 3 | Calculer : Effectuer un calcul... | 3 |
| CHR | 4 | Chercher : Analyser un problèm... | 4 |
| RAI | 3 | Raisonner : Utiliser les notio... | 3 |
| | **bilan des connaissances** | | 13 |
| PRB01 | 3 | Construire / exploiter un arbre pondéré... | 3 |
| PRB03 | 3 | Démontrer l'indépendance de deux événements... | 3 |
| FCT08 | 1 | Exponentielle : représentation graphique, dérivée... | 1 |
| FCT09 | 1 | Exponentielle : limite et formes indéterminées... | 1 |
| FCT10 | 1 | Exponentielle / Logarithmes : calculs... | 1 |
| GEO01 | 4 | Etudier la position relative de deux plans, d'une ... | 4 |

| correction | | note sur 23 | |
|---|---|---|---|
| PRB01 | 1.1 construire et lire arbre | -0,25 | 1 |
| PRB01 | 1.2 construire et lire arbre | -0,25 | 1 |
| PRB01 | 1.3 probas totales | -0,25 | 1 |
| CHR | 1.4 modéliser probas | -0,25 | 1 |
| PRB03 | 2.5 événements indépendants | -0,25 | 1 |
| PRB03 | 2.6 modéliser + indépendance | -0,25 | 1 |
| PRB03 | 2.7 modéliser + indépendance | -0,25 | 1 |
| FCT08 | 3.8 dérivée de exp(u) | -0,25 | 1 |
| FCT10 | 3.9 équation expo | -0,25 | 1 |
| CAL | 3.10 second degré et expo | -0,25 | 1 |
| RAI | —- possible avec avec 3.8 (attention R) | -0,25 | 1 |
| CAL | 3.11 variations de fct | -0,25 | 1 |
| RAI | —- cohérence avec 3.10 | -0,25 | 1 |
| FCT09 | 3.12 limites expo | -0,25 | 1 |
| RAI | — cohérence (Df = R et variations limites) | -0,25 | 1 |
| GEO01 | 4.13 espace : positions relative 2 droites | -0,25 | 1 |
| GEO01 | 4.14 espace : section d'un cube | -0,25 | 1 |
| GEO01 | 4.15 espace : section d'un cube | -0,25 | 1 |
| GEO01 | 5.16 espace : reconnaître nature triangle | -0,25 | 1 |
| CHR | 5.17 volume d'une pyramide | -0,25 | 1 |
| CHR | 5.18 aire triangle équilatéral | -0,25 | 1 |
| CAL | 5.19 longueur diagonale du cube | -0,25 | 1 |
| CHR | 5.20 recherche de rapport de longueurs | -0,25 | 1 |

# Co6

*Ces exercices sont des questionnaires à choix multiples (Q.C.M.).*
*Pour chaque question, il n'y a qu'une seule bonne réponses parmi les solutions proposées.*
*Aucune justification n'est demandée.*
*Une bonne réponse rapporte* 1 *point, une mauvaise enlève* 0,25 *point, une absence de réponse n'enlève, ni n'apporte de de point. Si le total des points du contrôle est négatif, il est ramené à* 0.

*La cohérence des réponses est prise en compte dans le comptage des points*

## Exercice 1 — Probabilités conditionnelles

d'après FESIC 2015

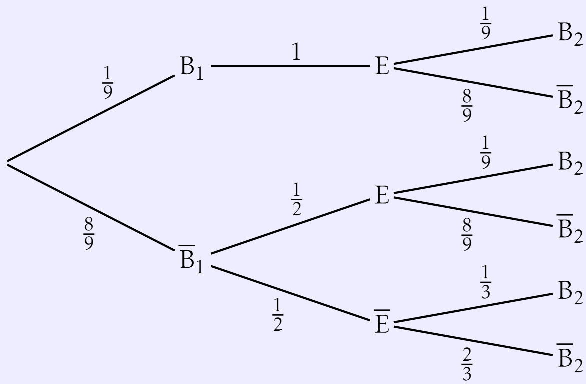
Un élève est sujet au stress avant les contrôles de maths (quel comportement étrange…).

S'il refait ses exercices avant d'entrer en classe, la probabilité qu'il ait un blocage pendant un exercice vaut $\frac{1}{9}$, tandis que s'il ne refait pas ses exercices, cette probabilité vaut $\frac{1}{3}$.

S'il a eu un blocage au cours d'un contrôle, il refait forcément ses exercices avant le contrôle suivant ; mais s'il n'a pas eu de blocage, il ne refait ses exercices qu'avec une probabilité de $\frac{1}{2}$.

On suppose que l'élève a refait ses exercices avant le premier contrôle !

Avec E : « l'élève refait ses exercices » et B : « l'élève a un blocage ».




La probabilité qu'il ait eu un blocage lors du premier et du deuxième contrôle est de

**a)** $\frac{2}{9}$ **b)** $\frac{1}{18}$ **c)** $\frac{1}{81}$ **d)** autre

1

$\frac{1}{9} \times 1 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{81}$

La probabilité qu'il ait eu un blocage lors du deuxième contrôle est de

**a)** $\frac{17}{81}$ **b)** $\frac{4}{9}$ **c)** $\frac{25}{81}$ **d)** autre

2

$p(B_1 \cap E \cap B_2) + p(\overline{B}_1 \cap E \cap B_2) + p(\overline{B}_1 \cap \overline{E} \cap B_2) = \frac{1}{81} + \frac{8}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} + \frac{8}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{17}{81}$

Sachant qu'il n'a pas eu de blocage lors du premier contrôle, la probabilité qu'il n'en ait pas eu non plus lors du deuxième est de

**a)** $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{7}{9}$ **c)** $\frac{8}{9}$ **d)** autre

3

$p(E \cap \overline{B}_2) + p(\overline{E} \cap \overline{B}_2) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{9}$

On note $p_n$ ($n$ étant un entier naturel non nul) la probabilité de l'événement « l'élève a eu un blocage lors de son $n$-ième contrôle. »
Alors, pour tout entier $n \geqslant 1$

**a)** $p_{n+1} = \dfrac{2-p_n}{9}$ **b)** $p_{n+1} = \dfrac{4}{9}p_n$ 4

**c)** $p_{n+1} = \dfrac{1}{9}p_n$ **d)** autre

## Exercice 2 — Probabilités et indépendance

Soient les événements A et B tels que $p(\mathrm{A}) = 0{,}4$, $p(\mathrm{B}) = 0{,}3$ et $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}58$, alors

**a)** A et B sont indépendants 5
**b)** A et B ne sont pas indépendants
**c)** les données de l'énoncé ne permettent pas de déterminer l'indépendance de A et B

$p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}58 = 0{,}12$
$p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{B}) = 0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12$

Pour les questions 6 et 7 on considère la situation suivante :

On lance deux dés à 6 faces bien équilibrés, un rouge et un vert. On définit les événements, R : « le dé rouge est pair » ; D : « les deux dés sont pairs » et S : « la somme des dés est paire ».

| R V | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

on a donc $p(\mathrm{R}) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ ; $p(\mathrm{D}) = \dfrac{1}{4}$ (pair-pair ; pair-impair ; impair-pair ; impair-ipmair) ; $p(\mathrm{S}) = \dfrac{18}{36} = \dfrac{1}{2}$

les événements S et R sont...

**a)** indépendants **b)** non indépendants 6

$p(\mathrm{S} \cap \mathrm{R}) = \dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4}$ ; $p(\mathrm{S}) \times p(\mathrm{R}) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$

les événements S et D sont...

**a)** non indépendants **b)** indépendants 7

bon sens : si les deux dés sont paire, la somme est paire

## Exercice 3 — Fonction exponentielle

d'après FESIC 2016

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 2\mathrm{e}^{x} + 5x + 4$$

On définit $f'$ la dérivée de $f$ et $f''$ la dérivée de $f'$.

**a)** $f'(x) = 2\,e^{2x} - 2\,e^{x} + 5$ et $f''(x) = 2\,e^{x}\,(e^{x} - 1)$ 8
**b)** $f'(x) = 2\,e^{2x} - 2\,e^{x} + 5$ et $f''(x) = 2\,e^{x}\,(2\,e^{x} - 1)$
**c)** $f'(x) = e^{2x} - 2\,e^{x} + 5$ et $f''(x) = e^{x}\,(e^{x} - 1)$
**d)** $f'(x) = 5$ et $f''(x) = 0$

Les équations $2\,e^{x} - 1 = 0$ et $e^{x} - 1 = 0$...

**a)** admettent chacune une unique solution dans $\mathbb{R}$. 9
**b)** n'admettent pas de solution dans $\mathbb{R}$.
**c)** admettent chacune au moins une solution dans $\mathbb{R}$.
**d)** admettent les mêmes solutions dans $\mathbb{R}$.

on peut écrire les équations sous la forme $2\,e^{x} = 1$ et $e^{x} = 1$, avec le TVI : unique solution.

La dérivée de $f$

**a)** s'annule pour $\alpha = \dfrac{1+3i}{2}$ et $\beta = \dfrac{1-3i}{2}$ 10
**b)** ne s'annule jamais
**c)** s'annule pour $\alpha = \dfrac{1+\sqrt{11}}{2}$ et $\beta = \dfrac{1-\sqrt{11}}{2}$
**d)** autre

on a $f'(x) = 2\,e^{2x} - 2\,e^{x} + 5$, posant $X = e^{x}$, on doit résoudre $2X^2 - 2X + 5$, on calcule $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 5 = -36$, donc pas de solution

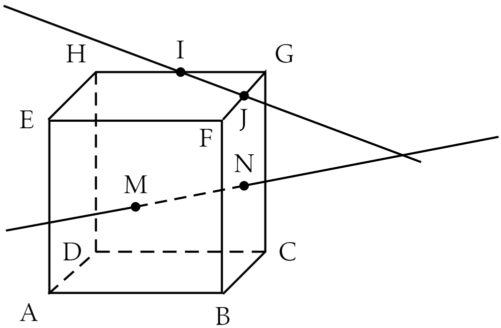
**a)** $f$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ 11
**b)** $f$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$
**c)** $f$ n'est pas monotone sur $\mathbb{R}$

Cohérence avec la réponse précédente...

**a)** $\lim\limits_{x \to 4} f(x) = +\infty$ **b)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 4$ **c)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ 12
**d)** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 4$

## Exercice 4 — Espace

La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH. Les points I et J sont les milieux respectifs des arêtes [GH] et [FG]. Les points M et N sont les centres respectifs des faces ABFE et BCGF.




Les droites (IJ) et (MN) sont :

**a)** orthogonales **b)** parallèles
**c)** perpendiculaires **d)** sécantes, non perpendiculaires

13

réponse par élimination

La section du cube ABCEDFGH avec le plan (IJN) est

**a)** un triangle **b)** un quadrilatère
**c)** un pentagone **d)** un hexagone

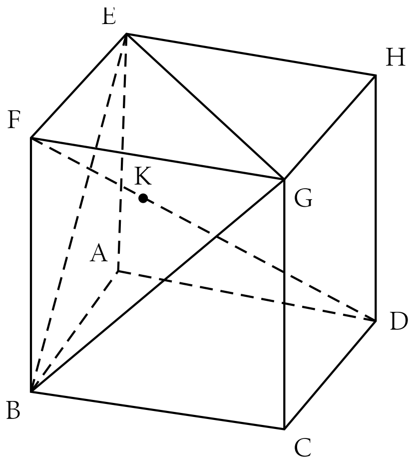
14

La section du cube ABCEDFGH avec le plan (IJA) est

**a)** un triangle **b)** un quadrilatère
**c)** un pentagone **d)** un hexagone

15

## Exercice 5 — Espace




Le cube a pour côté 6 cm.

**a)** le triangle DFE est rectangle **b)** le triangle EGC est rectangle
**c)** le triangle BGE est rectangle **d)** aucune n'est vraie

16

Le volume de la pyramide BEFG est

**a)** $36\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$ **b)** $72\,\mathrm{cm}^3$ **c)** $24\,\mathrm{cm}^3$ **d)** autre

17

(exercice du cubiténaire) c'est $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} c^3 = 36$

L'aire du triangle BEG est

**a)** $72\,\mathrm{cm}^2$ **b)** $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ **c)** $18\,\mathrm{cm}^2$ **d)** autre

18

(exercice du cubiténaire) aire du triangle équilatéral : $\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$, donc pour $c = 6\sqrt{2}\ldots$

**a)** $\mathrm{FD} = 3\sqrt{6}$ **b)** $\mathrm{FD} = 6\sqrt{2}$ **c)** $\mathrm{FD} = 6\sqrt{3}$ **d)** autre

19

(exercice du cubiténaire) longueur de la diagonale du cube (deux fois le théorème de Pythagore.

Le rapport $\frac{FK}{FD}$ vaut

**a)** $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{1}{3}$ $\square$ 20

on a $V_{BGEF} = \frac{1}{3}\mathscr{A}_{BGE} \times FK$

$36 = \frac{1}{3}18\sqrt{3} \times FK$

$FK = 2\sqrt{3}$

on a donc $\frac{FK}{FD} = \frac{2\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$