

LIMITES

Un résumé sur les limites

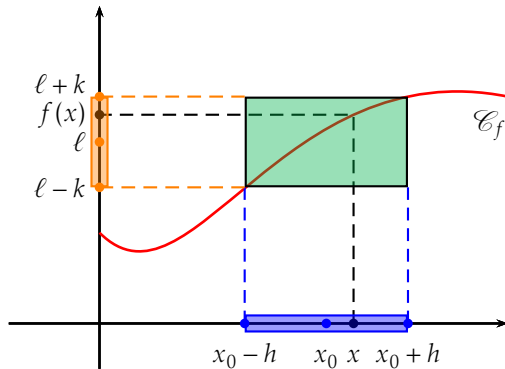
1. Limite finie

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

Dès que $x \in]x_0 - h; x_0 + h[$,
on a $f(x) \in]\ell - k; \ell + k[$

ou bien

$$|x - x_0| < h \Rightarrow |f(x) - \ell| < k$$

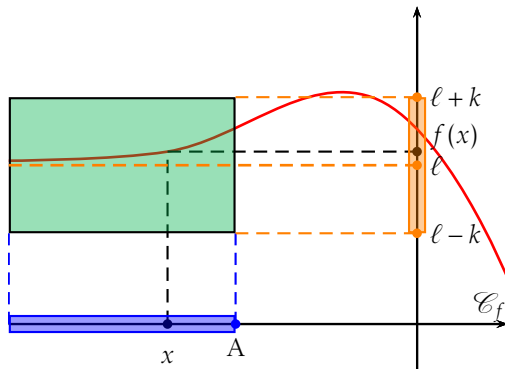


$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ell$$

Dès que $x < A$,
on a $f(x) \in]\ell - k; \ell + k[$

ou bien

$$x < A \Rightarrow |f(x) - \ell| < k$$



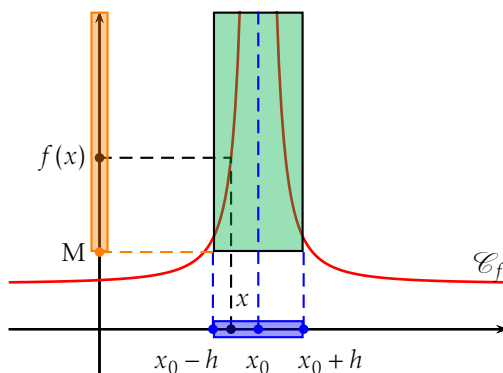
2. Limite infinie

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$$

Dès que $x \in]x_0 - h; x_0 + h[$,
on a $f(x) \in]M; +\infty[$

ou bien

$$|x - x_0| < h \Rightarrow f(x) > M$$

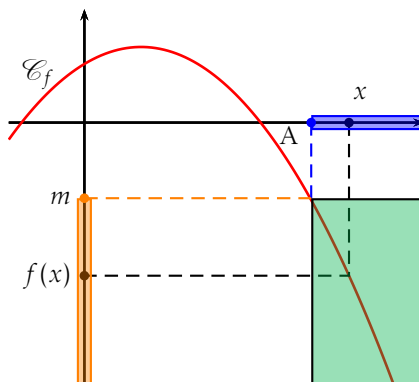


$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Dès que $x > A$,
on a $f(x) \in]-\infty; m[$

ou bien

$$x > A \Rightarrow f(x) < m$$



3. Opérations sur les limites

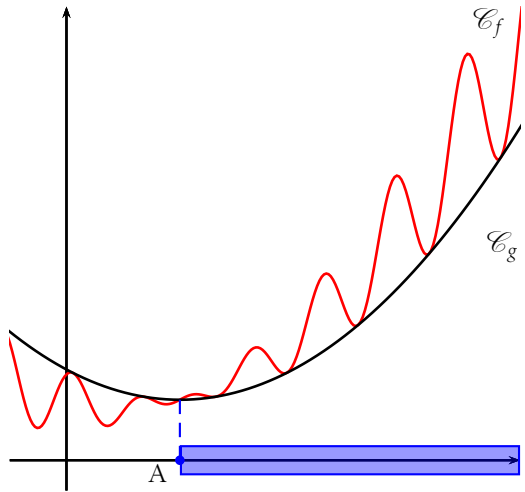
Les opérations sur les limites résultent du *bon sens* !

- La limite d'une somme est *presque toujours* égale à la somme des limites, **sauf** dans le cas : « $+\infty - \infty$ »
- La limite d'un produit est *presque toujours* égale au produit des limites, **sauf** dans le cas : « $0 \times \infty$ »
- La limite d'un quotient est *presque toujours* égale au quotient des limites, **sauf** dans le cas : « $\frac{0}{0}$ » ou « $\frac{\infty}{\infty}$ »

4. Théorèmes de comparaison

Si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ et si pour
tout $x > A$, $f(x) \geq g(x)$,
alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$



Théorème « des gendarmes »

Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \ell$
et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \ell$
et si pour tout $x > A$,
 $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$,
alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

