

ANT	1.a dérivée poly 2nd degré	1,5
FCT ₀₁	1.b dérivée x^3	1
FCT ₀₁	Dérivée $1/x$	1
FCT ₀₂	dérivée somme	0,5
ANT	1.c dérivée poly degré 3	1
	total	5
REP	2.A.1 lire image de 0	0,5
MOD	interpréter	0,5
REP	2.A.2 lire image 40	0,5
MOD	représentation du bénéfice (image R ; différence)	1,5
MOD	2.A.3 représenter B nul \rightarrow intersection	1
REP	lire images	0,5
MOD	interpréter B positif \rightarrow intervalle	1
REP	2.A.4 représenter graphq B max	1
CHR	lire B max et interpréter	1
ANT	lire antécédent	0,5
	Total 2.A	8
MOD	2.B.1 expression de B : différence	0,5
CAL	expression de B : calcul	1
CAL	2.B.2 calcul dérivée poly 3	1,5
REP	2.B.3.a fct second degré \rightarrow allure parabole	1
ANT	2.B.3.b racines second degré : formules	1,5
CAL	calculs	1,5
	Total 2.B	7
	total	15

C02

NOM - Mois de naissance

Exercice 1 — Dérivées

5 points

Donner les dérivées des fonctions suivantes après avoir remplacé m par le numéro de votre mois de naissance (janvier : $m = 1$; février : $m = 2 \dots$).

a) $f(x) = mx^2 - 4x + 6$

$$f'(x) = 2mx - 4$$

b) $g(q) = q^3 + \frac{1}{q}$

$$g'(q) = 3q^2 - \frac{1}{q^2}$$

c) $h(t) = mt + 2t^3$

de la forme $at^3 + bt^2 + ct + d$ avec $a = 2$, $b = 0$, $c = m$ et $d = 0$,

$$\text{donc } h'(t) = 2 \times 3t^2 + m = 6t^2 + m$$

Exercice 2 — Problème de coûts

15 points

Une entreprise fabrique des petits objets d'arts. Une étude est faite sur une production comprise entre 0 et 110 objets.

Le coût de fabrication, en centaines d'euros, de x objets d'art est donné par :

$$C(x) = 0,0002x^3 - 0,03x^2 + 1,16x + 4 \text{ pour } x \in [0; 11]$$

La recette, en centaines d'euros, de la vente de x objets d'art est donné par :

$$R(x) = 0,2x \text{ pour } x \in [0; 11]$$

Le graphique, qui sera à compléter, représente les fonctions C et R.

Partie A – Lecture graphique

Pour répondre aux questions de cette partie, vous devez mettre des indications de lecture sur le graphique et écrire une phrase sur votre copie.

1. Quel est le coût de production si l'entreprise ne produit rien ?
 $C(0) \approx 4$. Les frais fixes sont d'environ 400 €.
2. Lire le coût de production de 40 objets d'art. Quel est alors le bénéfice ?
 $C(40) \approx 15$, donc le coût de production est d'environ 1 500 €.
On lit $R(40) \approx 8$, donc la recette est d'environ 800 €.
Le bénéfice est donc $800 - 1\,500 = -700$ €.
3. Lire les valeurs de x qui donnent un bénéfice nul. En déduire le nombre d'objets à produire pour avoir un bénéfice positif ou nul.
Le bénéfice sera nul pour $x \approx 54$ ou $x = 100$.
Donc le bénéfice sera positif ou nul pour une production de 54 à 100 objets.
4. Lire le bénéfice maximal et le nombres d'objets nécessaires pour l'atteindre.
On lit un bénéfice d'environ 900 € pour 80 objets.

Partie B – Calculs

1. La quelle des trois expressions suivantes donne le bénéfice associé à la vente de x objets ? (Justifier votre choix à l'aide d'un calcul.)
 - a) $B(x) = 0,000\,2x^3 - 0,03x^2 + 1,36x + 4$;
 - b) $B(x) = -0,000\,2x^3 + 0,03x^2 - 0,96x - 4$;
 - c) $B(x) = 0,000\,2x^3 - 0,03x^2 + 0,96x + 4$;on sait que $B(x) = R(x) - C(x)$
 $= 0,2x - (0,000\,2x^3 - 0,03x^2 + 1,16x + 4)$
 $= -0,000\,2x^3 + 0,03x^2 - 0,96x - 4$

2. En utilisant l'expression de B choisie à la question précédente, calculer en détaillant sa dérivée.

a) $B(x) = 0,0002x^3 - 0,03x^2 + 1,36x + 4$

a pour dérivée $B'(x) = 0,0002 \times 3x^2 - 0,03 \times 2x + 1,36$

$$B'(x) = 0,0006x^2 - 0,06x + 1,36$$

b) $B(x) = -0,0002x^3 + 0,03x^2 - 0,96x - 4$

a pour dérivée $B'(x) = -0,0002 \times 3x^2 + 0,03 \times 2x - 0,96$

$$B'(x) = -0,0006x^2 + 0,06x - 0,96$$

c) $B(x) = 0,0002x^3 - 0,03x^2 + 0,96x + 4$

a pour dérivée $B'(x) = 0,0002 \times 3x^2 - 0,03 \times 2x + 0,96$

$$B'(x) = 0,0006x^2 - 0,06x + 0,96$$

3. Si vous avez trouvé une expression de $B'(x)$ de la forme $B'(x) = ax^2 + bx + c$ alors prenez l'expression que vous avez trouvée pour répondre aux questions suivantes,

sinon prenez $B'(x) = -0,0002x^2 + 0,02x - 0,32$ pour répondre aux questions suivantes.

a) Donner, en justifiant, l'allure de la courbe représentant B' en fonction de x.

$B'(x)$ est un polynôme du second degré, la courbe représentative est une parabole ; si le coefficient de x^2 est négatif, la parabole est orientée « vers le bas », sinon elle est orientée « vers le haut » .

b) Calculer les valeurs de x telles que $B'(x) = 0$. Les valeurs trouvées pour x seront arrondies au dixième.

si $B'(x) = 0,0006x^2 - 0,06x + 1,36$,

alors $a = 0,0006$, $b = -0,06$ et $c = 1,36$

donc $\Delta = (-0,06)^2 - 4 \times 0,0006 \times 1,36$

$$\Delta = 0,000336$$

comme $\Delta > 0$ il y a deux solutions :

$$\alpha = \frac{0,06 - \sqrt{0,000336}}{2 \times 0,0006} \approx 34,7$$

$$\beta = \frac{0,06 + \sqrt{0,000336}}{2 \times 0,0006} \approx 65,2$$

si $B'(x) = -0,0006x^2 + 0,06x - 0,96$,
alors $a = -0,0006$, $b = 0,06$ et $c = -0,96$
donc $\Delta = 0,06^2 - 4 \times (-0,0006) \times (-0,96)$
 $\Delta = 0,001296$

comme $\Delta > 0$ il y a deux solutions :

$$\alpha = \frac{-0,06 - \sqrt{0,001296}}{2 \times (-0,0006)} = 20$$

$$\beta = \frac{-0,06 + \sqrt{0,001296}}{2 \times (-0,0006)} = 80$$

si $B'(x) = 0,0006x^2 - 0,06x + 0,96$,
alors $a = 0,0006$, $b = -0,06$ et $c = 0,96$
donc $\Delta = (-0,06)^2 - 4 \times 0,0006 \times 0,96$
 $\Delta = 0,001296$

comme $\Delta > 0$ il y a deux solutions :

$$\alpha = \frac{0,06 - \sqrt{0,001296}}{2 \times 0,0006} = 20$$

$$\beta = \frac{0,06 + \sqrt{0,001296}}{2 \times 0,0006} = 80$$

si $B'(x) = -0,0002x^2 + 0,02x - 0,32$,
alors $a = -0,0002$, $b = 0,02$ et $c = -0,32$
donc $\Delta = 0,02^2 - 4 \times (-0,0002) \times (-0,32)$
 $\Delta = 0,000144$

comme $\Delta > 0$ il y a deux solutions :

$$\alpha = \frac{-0,02 - \sqrt{0,000144}}{2 \times (-0,0002)} = 80$$

$$\beta = \frac{-0,02 + \sqrt{0,000144}}{2 \times (-0,0002)} = 20$$

