

bilan des compétences			7,5
CAL	2	Calculer : Effectuer un calcul...	2,5
RAI	1	Raisonner : Utiliser les notio...	1
REP	3	Représenter : Choisir un cadre...	4
bilan des connaissances			12,5
FCTo2	1	Second degré : résoudre équati...	2
FCTo5	5	Exprimer fonction dérivée (fct...	6
FCTo6	4	Tangente à une courbe : équati...	4,5

correction			2,5
FCTo5	QCM.1 : dérivée de somme affine et inverse	0,5	1,5
REP	QCM.2 : interpréter dérivée nulle	0,5	1,5
FCTo5	QCM.3 : dérivée poly degré 3	0,5	1,5
REP	QCM.4 : interpréter // abscisse et dérivée nulle	0,5	1,5
CAL	QCM.5 : résoudre équation et interpréter	0,5	1,5
FCTo6	QCM.6 : équation tangente	0,5	1,5
RAI	QCM.7 : cohérence question 3 et 6 (nb. Dérivé en 1)		1
total			10
FCTo6	2.A.1 tracer tangente « à l'oeil » en un point		1
FCTo6	2.A.2 tracer tangente « à l'oeil », pente donnée		1
FCTo6	2.A.3 tracer tangente « à l'oeil », pente nulle		1
REP	2.A.4 lire signe de la dérivée		1
FCTo5	2.B.1 dérivée de fct affine		1
FCTo5	dérivée de poly degré 2		1
FCTo5	dérivée produit : formule		1
CAL	dérivée de f		1
FCTo2	2.B.2 résoudre équation degré 2		2
total			10

Exercice 1 — QCM

10 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q.C.M.). Pour chaque question, il n'y a qu'une seule bonne réponse parmi les solutions proposées. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 1,5 point, une mauvaise enlève 0,5 point, une absence de réponse n'enlève, ni n'apporte de point. Il existe aussi des points de cohérences... Si le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à 0.

La fonction $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ a pour dérivée

a) $f'(x) = 2 + \frac{1}{x^2}$

b) $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$

 1

c) $f'(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^2}$

d) autre

$$f(x) = 2x + \frac{1}{x}, \text{ donc } f'(x) = 2 - \frac{1}{x^2} = \frac{2x^2 - 1}{x^2}$$

Sur l'ensemble des réels, la dérivée de la fonction $f(x) = 7x^2 - 5x + 1$

a) s'annule une seule fois

b) s'annule deux fois

 2

c) ne s'annule jamais

La fonction f est une parabole : sa dérivée s'annule une fois en $x = -\frac{b}{2a}$.

Pour toutes les questions suivantes on travaille avec la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$. On appelle \mathcal{C} sa courbe représentative.

le nombre dérivé en 1 est :

a) 1

b) -1

c) 2

d) autre

 3

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2, \text{ donc } f'(x) = 3x^2 - 6x + 2, \text{ d'où } f'(1) = -1$$

le nombre de tangentes à \mathcal{C} parallèles à l'axe des abscisses est :

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0

 4

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$, on cherche x tel que $f'(x) = 0$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 2 = 12$$

donc f' admet deux racines distinctes : la dérivée s'annule deux fois, donc \mathcal{C} admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses.

On cherche s'il existe un réel x tel que $f(x) = f'(x)$

- a) non, il n'en existe pas b) non, il ne peut jamais y avoir de réel vérifiant cette propriété
c) oui, il en existe un unique d) oui, il en existe plusieurs

 5

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ et $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$,

donc on cherche x tel que $x^3 - 3x^2 + 2x + 2 = 3x^2 - 6x + 2$

$$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 8) = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 8 = 4.$$

donc l'équation admet 3 solutions : $x = 0$ et deux distinctes pour le second degré (les racines sont 2 et 4).

L'équation de la tangente à \mathcal{C} en 1 est :

- a) $y = -x + 3$ b) $y = 2x$
c) $y = x + 1$ d) autre

 6

Cohérence entre les questions 3 et 6

 7

Exercice 2 —

10 points

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (2x - 26)(x^2 - 6,25)$ ainsi que sa représentation graphique.

Partie A – Travail graphique

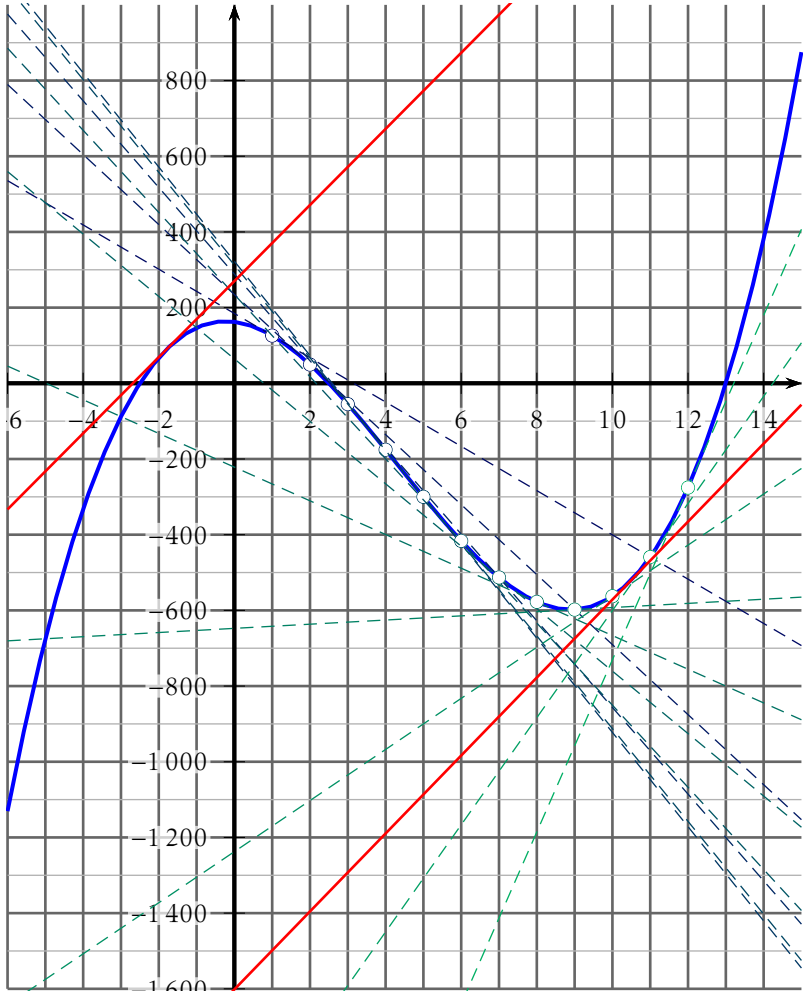
Dans cette partie, on trace les tangentes « à l'œil » en plaçant la règle le mieux possible. Il est inutile de trouver l'expression de la dérivée de f .

1. Tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse m (où m est le n° de votre mois de naissance ; écrire T_m en légende de cette tangente).
2. Tracer si possible une tangente à la courbe de pente 100 (écrire T_{100} en légende de cette tangente), si cela n'est pas possible, expliquer pourquoi.
3. Tracer si possible une tangente de pente nulle (écrire T_0 en légende de cette tangente), si cela n'est pas possible, expliquer pourquoi.
4. La dérivée peut-elle être négative ? Si oui, préciser sur quel(s) intervalle(s).
La dérivée est négative sur $[-0,5; 9]$

Partie B – Travail numérique

1. Donner l'expression de la dérivée de f en détaillant raisonnablement les calculs.

$$\begin{aligned} f &\text{ est de la forme } u \times v \text{ avec} \\ u(x) &= 2x - 26 \text{ et } u'(x) = 2 \\ v(x) &= x^2 - 6,25 \text{ et } v'(x) = 2x \\ \text{donc } f'(x) &= 2 \times (x^2 - 6,25) + (2x - 26) \times 2x \\ &= 2x^2 - 12,5 + 4x^2 - 52x \\ &= 6x^2 - 52x - 12,5 \\ &= 2(3x^2 - 26x - 6,25) \end{aligned}$$



2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $3x^2 - 26x - 6,25 = 50$.

$$3x^2 - 26x - 6,25 = 50$$

$$3x^2 - 26x - 56,25 = 0$$

$$\Delta = (-26)^2 - 4 \times 3 \times (-56,25) = 1\,351$$

donc l'équation admet deux solutions : $\alpha = \frac{-(-26) - \sqrt{1351}}{2 \times 3} \approx -1,8$

$$\text{et } \beta = \frac{-(-26) + \sqrt{751}}{2 \times 3} \approx 10,5$$

Cette équation permet de trouver x tel que $f'(x) = 100$, ce sont les abscisses des points permettant de tracer T_{100}