bilan des compétences		10,5
CAL 5	Calculer : Effectuer un calcul...	4,5
RAI 1	Raisonner : Utiliser les notio...	2
MOD 1	Modéliser : Traduire en langag...	1
REP 3	Représenter : Choisir un cadre...	3
bilan des connaissances		**9,5**
FCT02 1	Second degré : résoudre équati...	1,5
FCT05 5	Exprimer fonction dérivée (fct...	6
GEO05 1	Déterminer sinus et cosinus de...	2

correction			1,5
FCT05	1.1 dérivée des fonctions affines		1,5
FCT05	formule du quotient		0,75
CAL	exactitude du calcul de f '(x)		0,5
FCT05	1.2 dérivée second degré		1
FCT05	formule du quotient		0,75
CAL	exactitude du calcul de g '(x)		0,5
	total	5	
RAI	2. justifications correctes		2
GEO05	placement en utilisant les valeurs remarquables		2
	total	4	
MOD	3.1 calcul expérimental du volume		1
REP	3.2.a justifier ensemble de définition		0,5
REP	3.2.b mise en équation du volume		1
CAL	développement		1
FCT05	3.2.c dérivée poly degré 3		2
FCT02	signe second degré : méthode		1,5
CAL	signe second degré : calculs		1,5
REP	3.2.d tab var : ens. Def / signe dérivée / flèches		1,5
CAL	valeur Vmax et xmax		1
	total	11	

C04

NOM .... - Mois de naissance ....

Dans tout ce devoir, m représente le numéro de votre mois de naissance.

Exercice 1 — Dérivées de quotient

5 points

Calculer en détaillant raisonnablement les dérivées des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{3x+m}{x+2} \qquad\qquad g(x) = \frac{2x^2 - mx + 7}{mx+3}$$

$f(x) = \dfrac{3x+m}{x+2}$

posons $u(x) = 3x+m$ donc $u'(x) = 3$

et $v(x) = x+2$ donc $v'(x) = 1$

on a donc

$f'(x) = \dfrac{3 \times (x+2) - (3x+m) \times 1}{(x+2)^2}$

$= \dfrac{6-m}{(x+2)^2}$

$g(x) = \dfrac{2x^2 - mx + 7}{mx+3}$

posons $u(x) = 2x^2 - mx + 7$ donc $u'(x) = 4x - m$

et $v(x) = mx+3$ donc $v'(x) = m$

on a donc

$g'(x) = \dfrac{(4x-m) \times (mx+3) - (2x^2 - mx + 7) \times m}{(mx+3)^2}$

$$= \frac{\begin{array}{ccc} 4mx^2 & +12x & -3m \\ -2mx^2 & -m^2x & -7m \\ & +m^2x & \end{array}}{(mx+3)^2}$$

$= \dfrac{2mx^2 + 12x - 10m}{(mx+3)^2}$

Exercice 2 — Angles et trigo

4 points

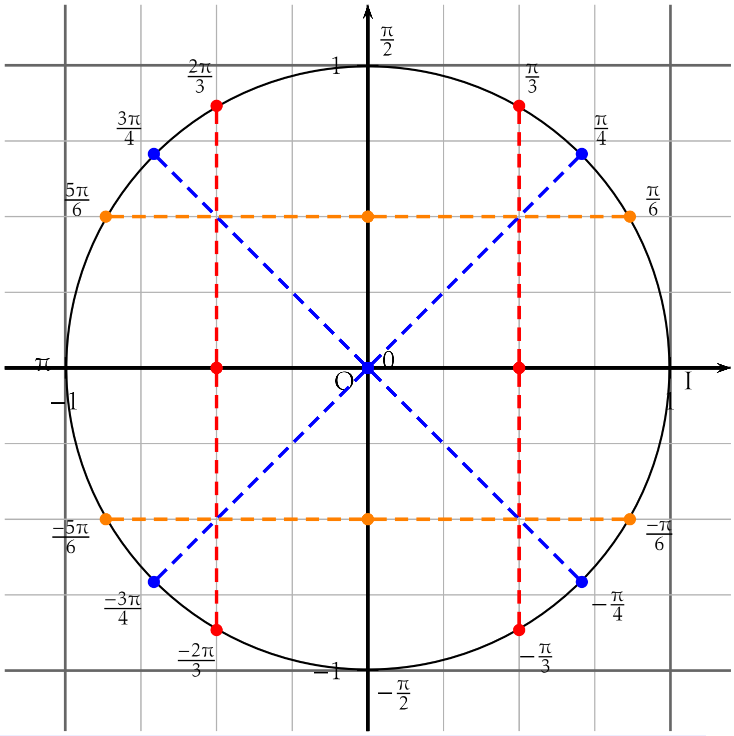
En expliquant votre démarche, placer les points A, B, C et D sur le cercle trigonométrique, sachant que les mesures en radians sont :

$$\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA}\right)=\frac{(40+m)\pi}{3}$$

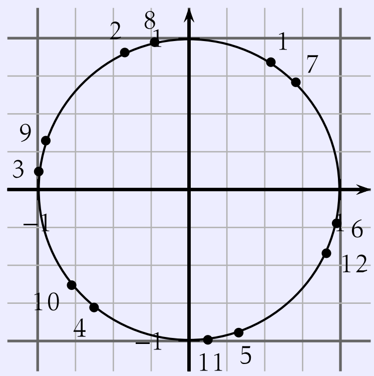
$$\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB}\right)=\frac{(13+m)\pi}{4}$$

$$\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OC}\right)=\frac{(m-21)\pi}{6}$$

$$\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OD}\right)=m$$



mois	$\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA}\right)$	$\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB}\right)$	$\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OC}\right)$
1	$-\frac{1}{3}\cdot\pi$	$-\frac{1}{2}\cdot\pi$	$\frac{2}{3}\cdot\pi$
2	0	$-\frac{1}{4}\cdot\pi$	$\frac{5}{6}\cdot\pi$
3	$\frac{1}{3}\cdot\pi$	0	π
4	$\frac{2}{3}\cdot\pi$	$\frac{1}{4}\cdot\pi$	$-\frac{5}{6}\cdot\pi$
5	π	$\frac{1}{2}\cdot\pi$	$-\frac{2}{3}\cdot\pi$
6	$-\frac{2}{3}\cdot\pi$	$\frac{3}{4}\cdot\pi$	$-\frac{1}{2}\cdot\pi$
7	$-\frac{1}{3}\cdot\pi$	π	$-\frac{1}{3}\cdot\pi$
8	0	$-\frac{3}{4}\cdot\pi$	$-\frac{1}{6}\cdot\pi$
9	$\frac{1}{3}\cdot\pi$	$-\frac{1}{2}\cdot\pi$	0
10	$\frac{2}{3}\cdot\pi$	$-\frac{1}{4}\cdot\pi$	$\frac{1}{6}\cdot\pi$
11	π	0	$\frac{1}{3}\cdot\pi$
12	$-\frac{2}{3}\cdot\pi$	$\frac{1}{4}\cdot\pi$	$\frac{1}{2}\cdot\pi$



Exercice 3 — la boîte de chocolats

11 points

En cette période de fêtes, Louna a décidé d'offrir des chocolats à son professeur de maths préféré.

Elle a trouvé original de fabriquer une boîte à l'aide de cette feuille de contrôle : elle a découpé les diagonales des carrés grisés, puis a plié la feuille et a recollé les parties grisées sur les bords (voir modèle sur le bureau).

La feuille est une feuille A4 de dimensions $21\,\text{cm} \times 29{,}7\,\text{cm}$.

1. Fais comme Louna : découpe et plie ta feuille de contrôle (inutile de coller), puis ~~remplis-la de chocolats~~ calcule le volume de la boîte obtenue (indiquer sur la feuille les dimensions mesurées).
2. Louna se pose la question : « Quel volume maximal puis-je obtenir ? » Tu décides de l'aider (car c'est compliqué pour une élève de 1re L.)
   - **a)** Soit x le côté d'un carré grisé : donner l'intervalle des valeurs que peut prendre x.
     $x \in [0\,;10{,}5]$
   - **b)** Vérifier que la fonction V donnant le volume de la boîte peut s'écrire :
     $V(x) = 4x^3 - 101{,}4x^2 + 623{,}7x$

     Volume de la boîte : Longueur × largeur × hauteur
     $V(x) = (29{,}7 - 2x) \times (21 - 2x) \times x$
     $= (29{,}7 - 2x) \times (21x - 2x^2) = 4x^3 - 101{,}4x^2 + 623{,}7x$
   - **c)** Étudier le signe de la dérivée de V.

     Calcul de la dérivée :
     $V(x) = 4x^3 - 101{,}4x^2 + 623{,}7x$
     donc $V'(x) = 3 \times 4x^2 - 2 \times 101{,}4x + 623{,}7 = 12x^2 - 202{,}8x + 623{,}7$
     signe de $V'(x)$:
     $\Delta = (-202{,}8)^2 - 4 \times 12 \times 623{,}7 = 11\,190{,}24$
     donc V′ admet deux racines : $\alpha = \dfrac{-(-220{,}8) - \sqrt{11\,190{,}24}}{2 \times 12} \approx 4{,}04$
     et $\beta = \dfrac{-(-220{,}8) + \sqrt{11\,190{,}24}}{2 \times 12} \approx 12{,}85$
     V′ est un polynôme du second degré qui admet deux racines, le coefficient de x^2 est positif, donc $V'(x)$ est négatif sur $[\alpha\,;\beta]$, positif sinon.
   - **d)** Compléter le tableau de variations de V, en déduire la valeur de x (arrondir au centième) qui permet d'obtenir le volume maximal et donner ce volume (arrondir au dixième).

x	0		α		$10{,}5$
signe de $V'(x)$		$+$	0	$-$	
variations de V	0	$\nearrow$	$1\,128{,}5$	$\searrow$	0