C09

NOM .... - Mois de naissance ....

Ce contrôle est un questionnaire à choix multiples (Q.C.M.). ***Pour chaque question, il n'y a qu'une seule bonne réponse****.*
Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte 1 *point, une mauvaise enlève* 0,25 *point, une absence de réponse n'enlève, ni n'apporte de de point. Il n'y a pas de points de cohérence entre les réponses, mais...*

Exercice 1

Une loterie sans mise au départ consiste à tirer au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. Si on tire un 7, un 8, un 9 ou un 10 on perd 30 € ; si on tire une figure (Valet, Dame ou Roi), on gagne 10 € ; si on tire un As, on gagne 20 €.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le gain algébrique à la fin **d'un** tirage.

$X = x_i$	-30	10	20
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

1. Voici plusieurs propositions :

i) Le joueur a autant de chances de gagner que de perdre ;

ii) $P(X = 20) = \dfrac{1}{2} \times P(X = 10)$

iii) $P(X = -30) = 0{,}5$

iv) $P(X = -30) = 4 \times P(X = 10)$

a) seule la proposition **i)** est vraie

b) la proposition **iv)** est vraie

c) les propositions **i)** et **iii)** sont vraies

d) toutes ces propositions sont fausses

1

2. L'espérance de X est

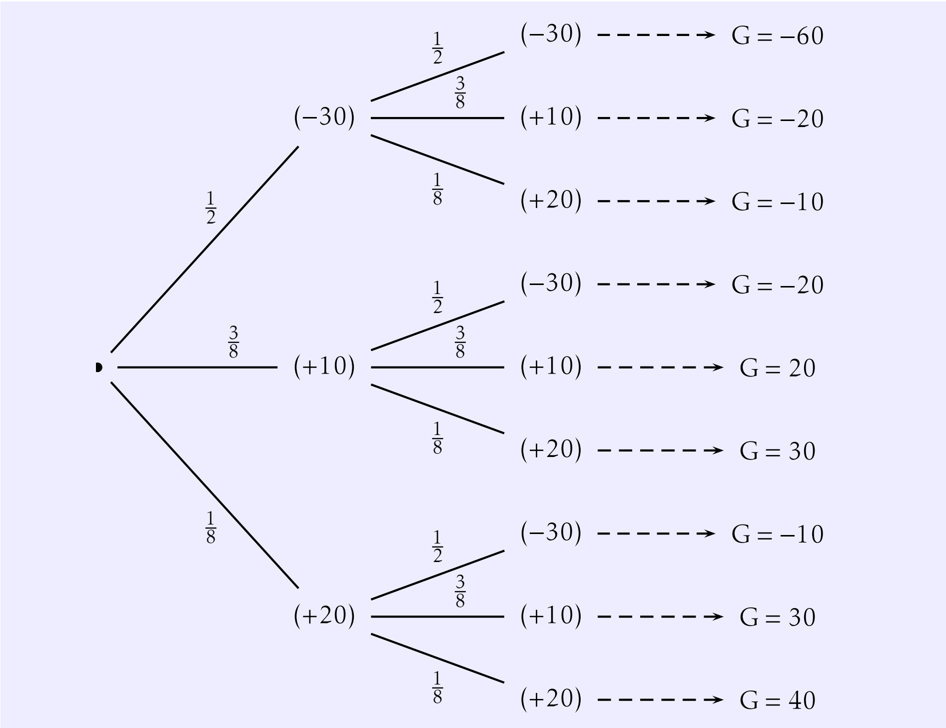
a) 0 **b)** $-8{,}75$ **c)** 21,25 **d)** -70

2

$$E(X) = -30 \times \frac{4}{8} + 10 \times \frac{3}{8} + 20 \times \frac{1}{8} = \frac{-70}{8} = -8{,}75$$

Pour les questions suivantes, on garde les mêmes gains, mais le joueur est obligé de tirer une carte, de la remettre dans le paquet, puis effectuer un second tirage.

Soit G la variable aléatoire qui donne le gain algébrique du joueur à la fin des deux tirages.



$G = g_i$	-60	-20	-10	20	30	40
$P(G = g_i)$	$\frac{16}{64}$	$\frac{24}{64}$	$\frac{8}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{1}{64}$

3. On **ne peut pas** avoir

a) $G = 30$ **b)** $G = 10$ **c)** $G = -20$ **d)** $G = 40$ ☐ 3

4. On a

a) $P(G = 20) = 9 \times P(G = 40)$ **b)** $P(G = -60) = P(G = -10)$
c) $P(G = -60) = P(G = 40)$ **d)** $P(G = 20) = P(G = 30)$ ☐ 4

5. Si on joue un très très grand nombre de fois à ce jeu,

a) il est favorable au meneur

b) il n'est favorable ni joueur, ni au meneur.

c) il est favorable au joueur

5

On a $E(G) = -60 \times \dfrac{16}{64} - 20 \times \dfrac{24}{64} - 10 \times \dfrac{8}{64} + 20 \times \dfrac{9}{64} + 30 \times \dfrac{6}{64} + 40 \times \dfrac{1}{64}$
$= \dfrac{-1\,120}{64} = -17{,}5$

exercice totalement exact

6

Exercice 2

Une urne contient 7 jetons verts et 13 jetons rouges, ils sont indiscernables au toucher. On tire successivement, avec remise, cinq jetons. On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de jetons verts obtenus.

1. X suit la loi binomiale de paramètres

a) $n = 7$ et $p = \frac{5}{20}$ **b)** $n = 5$ et $p = \frac{7}{20}$

c) $n = 7$ et $p = \frac{5}{7}$ **d)** $n = 5$ et $p = \frac{7}{13}$

7

Répétition de 5 épreuves de Bernoulli : « le jeton est vert ». Probabilité d'obtenir un jeton vert 7 jetons parmi les 20 qui existent, donc $p = \frac{7}{20}$

2. L'événement « Obtenir au moins trois jetons verts » se traduit par :

a) $P(X \geqslant 3)$ **b)** $P(X \leqslant 3)$ **c)** autre

8

3. La probabilité de l'événement « Obtenir au moins trois jetons verts » est :

a) 0,235 **b)** 0,765 **c)** 0,946 **d)** 0,572

9

4. L'espérance de X est environ

a) 1,7 **b)** 2,7 **c)** 1,1

10

On décide de transformer cet innocent jeu en diabolique jeu d'argent ! Il faut miser 3 € pour jouer, et chaque jeton vert rapporte 2 €.

Par exemple si un joueur sort 4 jetons verts, son gain est de $4 \times 2 - 3 = 5$ €.

On appelle G la variable aléatoire donnant le gain algébrique (positif ou négatif) du joueur.

5. la loi de G

a) est $\mathscr{B}(5\,;\frac{1}{7})$ b) est $\mathscr{B}(5\,;\frac{2}{3})$
c) est celle de X d) n'est pas binomiale

11

Ce n'est pas une loi binomiale, car G ne compte pas le nombre de succès !
Mais on remarque que $G = 2X - 3$, donc $E(G) = 2E(X) - 3$

6. L'espérance de G est

a) $-2{,}5$ b) 0,5 c) 12 d) 2

12

exercice totalement exact

13

Exercice 3

Dans cet exercice, on note $IF = \left[\frac{a}{n}\,;\frac{b}{n}\right]$ l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.

1. On lance 123 fois un dé à 6 faces. Le 4 est sorti 15 fois. Donc IF =

a) $\left[\frac{14}{123}\,;\frac{28}{123}\right]$ b) $\left[\frac{4}{123}\,;\frac{15}{123}\right]$ c) $\left[\frac{12}{123}\,;\frac{29}{123}\right]$ d) $\left[\frac{13}{123}\,;\frac{29}{123}\right]$

14

a est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}025$, or $P(X \leqslant 12) \approx 0{,}021$ et $P(X \leqslant 13) \approx 0{,}040$ donc $a = 13$
b est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}975$, or $P(X \leqslant 28) \approx 0{,}970$ et $P(X \leqslant 29) \approx 0{,}982$ donc $b = 29$

2. On fait l'hypothèse que le dé est bien équilibré. Le nombre d'apparition de la face 4 au cours des 123 lancers...

a) ne permet ni de rejeter, ni d'accepter l'hypothèse : il manque des données

15

b) permet de rejeter l'hypothèse.
c) permet d'accepter l'hypothèse : le dé est équilibré

$\frac{15}{123} \in IF$

Après vérification, il y a avait une erreur de frappe dans l'énoncé ! ! Il ne fallait pas lire « On lance 123 fois » , mais « On lance 132 fois ».

On retrouve aussi un extrait de tableau concernant la loi binomiale associée à cette expérience.

k	$P(X \leqslant k)$	k	$P(X \leqslant k)$	k	$P(X \leqslant k)$	k	$P(X \leqslant k)$
12	0,009 38	17	0,145 71	24	0,726 02	29	0,956 05
13	0,018 70	18	0,209 30	25	0,795 69	30	0,972 68
14	0,034 55	19	0,285 60	26	0,853 03	31	0,983 62
15	0,059 48	20	0,371 83	27	0,898 06	32	0,990 53
16	0,095 95	21	0,463 80	28	0,931 83	33	0,994 72

3. On fait toujours l'hypothèse que le dé est bien équilibré. Le nombre d'apparition de la face 4 au cours des 132 lancers (qui est bien 15)...

a) permet d'accepter l'hypothèse : le dé est équilibré

16

b) ne permet ni de rejeter, ni d'accepter l'hypothèse : il manque des données

c) permet de rejeter l'hypothèse.

Cette fois ci $IF = \left[\dfrac{14}{132} ; \dfrac{31}{132}\right]$, donc $\dfrac{15}{132} \in IF$

4. Dans ces conditions

a) $P(X \geqslant 25) = 0{,}204\,31$ **b)** $P(X \geqslant 25) = 0{,}726\,02$

17

c) $P(X \geqslant 25) = 0{,}795\,69$ **d)** $P(X \geqslant 25) = 0{,}273\,98$

$P(X \geqslant 25) = 1 - P(X < 25) = 1 - P(X \leqslant 24)$

exercice totalement exact

18

Exercice 4

1. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès à l'issue de 4 expériences successives de Bernoulli avec une probabilité de succès $p = 0{,}8$

a) $\dbinom{4}{2} = 0{,}64$ **b)** $\dbinom{4}{2} = 6$ **c)** $\dbinom{4}{2} = 0{,}025\,6$ **d)** $\dbinom{4}{2} = 2$

19

2. Sachant que $\binom{6}{2} = 15$; $\binom{6}{3} = 20$ et $\binom{7}{2} = 21$ alors

a) $\binom{7}{3} = 36$ **b)** $\binom{6}{3} = 35$ **c)** $\binom{7}{3} = 21$ **d)** $\binom{7}{3} = 35$

20