REP	1.1 lire graphique	1
CHR	1.2 reconnaître suite géom : quotient des termes	1
SUI01	reconnaître suite géom : conclusion	0,5
SUI01	1.3.a suite géom : calcul des termes – méthode	1
CAL	calcul des termes : calculs exacts	0,5
SUI01	1.3.b suite géom : expression explicite	1
CAL	1.3.c suite géom : calculs des termes	1
REP	1.3.d placer points sur le graphique	1
SUI03	1.3.e suite géom : justifier limite	1
SUI03	suite géom : limite	0,5
	total	8,5
REP	2.A.1 Interpréter hausse %	1
SUI01	suite géom : calcul des premiers termes	1
SUI01	2.A.2.a suite géom : expression explicite	1
SUI01	2.A.2.b suite géom : reconnaître u_0 et q	1
SUI01	2.A.3 suite géom : sens de variations	1
CHR	recherche de seuil	2
COM	conclusion	0,5
SUI01	2.B.1 suite géom : trouver raison	1
ANT	interpréter coeff multiplicateur = variation en %	1
CHR	2.B.2 suite géom : recherche de seuil	1
	total	10,5
COM	Rédaction générale - arrondis...	1

C01 : SUITES

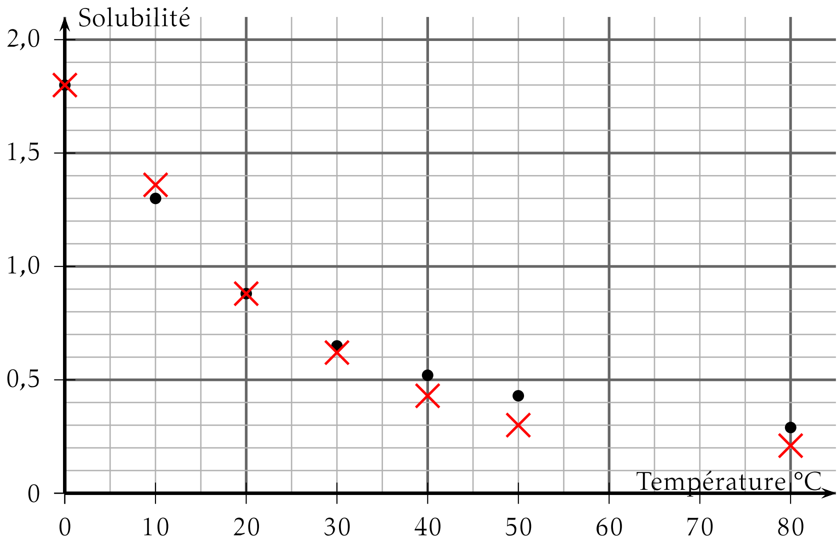
rédaction 1 point

Exercice 1 —

8,5 points

D'après Antilles - Guyane, juin 2016

Le graphique donne la solubilité du dioxyde de carbone dans l'eau (en cm^3/ml d'eau) à la pression de 1 bar, pour différentes valeurs de la température (en °C).



1. Avec la précision permise par une lecture du graphique, compléter le tableau :

Température	0	10	20	30	40	50	80
Solubilité	1,8	1,3	0,88	0,65	0,52	0,43	0,29

2. Expliquer pourquoi les valeurs de la solubilité ne sont pas en progression géométrique.

on calcule $\dfrac{1,3}{1,8} \approx 0,72$ $\quad\dfrac{0,88}{1,3} \approx 0,68$
le coefficient multiplicateur n'est pas le même : les nombres ne sont pas en progression géométrique.

3. On décide de modéliser la solubilité en fonction des températures à l'aide d'une suite géométrique (S_n), de premier terme $S_0 = 1,8$ et de raison 0,7.
   a) Calculer S_1 et S_2.

   $S_1 = S_0 \times 0,7 = 1,8 \times 0,7 = 1,26$
   $S_2 = S_1 \times 0,7 = 1,26 \times 0,7 = 0,882$

   b) Exprimer S_n en fonction de n.

   Définition d'une suite géométrique : $S_n = S_0 \times q^n$ avec $S_0 = 1,8$ et $q = 0,7$
   donc $S_n = 1,8 \times 0,7^n$

   c) Trouver une erreur dans le tableau suivant, et proposer une correction. (les termes de la suite sont arrondis à 10^{-2}).

n	0	1	2	3	4	5	8
température (t_n)	0	10	20	30	40	50	80
S_n	1,8	1,26	0,88	0,62	0,43	0,30	0,21

   le dernier terme écrit correspond à u_6, il faut donc corriger les valeurs de n et de la température associée ou bien calculer u_8

   d) Placer les points (t_n, S_n) sur le graphique.
   e) Donner en justifiant la limite de (S_n) quand n tends vers $+\infty$.

   La suite (S_n) est une suite géométrique de raison 0,7, donc comprise entre 0 et 1 : la limite de la suite quand n tends vers $+\infty$ est donc 0.

Exercice 2 —

10,5 points

D'après Antilles - Guyane, juin 2016

Initialement, une population de bactéries compte 50 000 individus. L'évolution du nombre de bactéries, en fonction du temps, est étudiée dans un laboratoire où travaillent deux techniciens.

Partie A –

L'un des deux techniciens émet l'hypothèse que cette population augmente de 23 % toutes les heures. On modélise l'évolution du nombre de bactéries par (u_n) une suite de nombres réels.

1. Donner la valeur de u_0. Calculer u_1 et u_2 (arrondir les valeurs à l'entier le plus proche).

   d'après l'énoncé : $u_0 = 50\,000$.
   La population augmente de 23 % toutes les heures : elle est multipliée par $\left(1+\dfrac{23}{100}\right) = 1,23$
   $u_1 = 1,23 \times 50\,000 = 61\,500$
   $u_2 = 1,23 \times 61\,500 = 75\,645$

2. a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

   On a $u_{n+1} = 1,23 \times u_n$

   b) En déduire que (u_n) est une suite géométrique dont vous préciserez la raison et le premier terme.

   Pour passer d'un terme au suivant on multiplie par 1,23, donc (u_n) est une suite géométrique de raison 1,23 et de premier terme $u_0 = 50\,000$

3. En détaillant raisonnablement votre démarche, trouver au bout de combien d'heures, selon l'hypothèse émise par ce technicien, le nombre de bactéries

dépasse 500 000 ?

On sait que la suite est géométrique de raison $q = 1{,}23$ et de premier terme $u_0 = 50\,000$ donc $u_n = 50\,000 \times 1{,}23^n$.
Comme la raison est supérieure à 1, la suite est croissante.
En cherchant par « tâtonnement » :

n	10	15	12	11
u_n	396 297	1 115 698	599 558	487 445

donc au bout de 12 heures, la population dépassera 500 000 individus.

Partie B –

Le deuxième technicien du laboratoire émet une hypothèse un peu différente et considère que le nombre de bactéries augmente de $p\,\%$ toutes les heures ($p \neq 23$).

On ne dispose que des premiers résultats trouvés par celui-ci.

$u_0 = 50\,000 \qquad u_1 = 63\,500 \qquad u_2 = 80\,645$

1. Donner en justifiant la valeur de p utilisée par ce second technicien.

$\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{63\,500}{50\,000} = 1{,}27$
$\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{80\,645}{63\,500} = 1{,}27$
on en déduit que $p = 27\,\%$

2. En détaillant raisonnablement votre démarche, trouver au bout de combien d'heures, selon l'hypothèse émise par ce second technicien, le nombre de bactéries dépasse 500 000 ?

On sait que la suite est géométrique de raison $q = 1{,}27$ et de premier terme $u_0 = 50\,000$ donc $u_n = 50\,000 \times 1{,}27^n$.
Comme la raison est supérieure à 1, la suite est croissante.
En cherchant par « tâtonnement » :

n	10	9
u_n	545 767	429 738

donc au bout de 10 heures, la population dépassera 500 000 individus.