

Calculer la limite en $+\infty$ d'une fonction rationnelle

Tracer un nuage de points

Lecture coefficient directeur d'une droite

Exprimer en *fonction de*

Utilisation des fonctions *Liste* de la calculatrice

08/01/10 TSTL / exercice

13/12/10 TSTL / exercice

14/11/17 TSTL / exercice

ENZYMES

1. Le chercheur à un problème

Dans un laboratoire, un chercheur réalise de coûteuses expériences : il veut connaître la vitesse d'une réaction en fonction de la concentration en enzymes dans une solution de volume donné.

Pour cela, il effectue 16 expériences suivant le même protocole : il réalise une solution d'une certaine concentration en enzymes puis observe la vitesse de réaction.

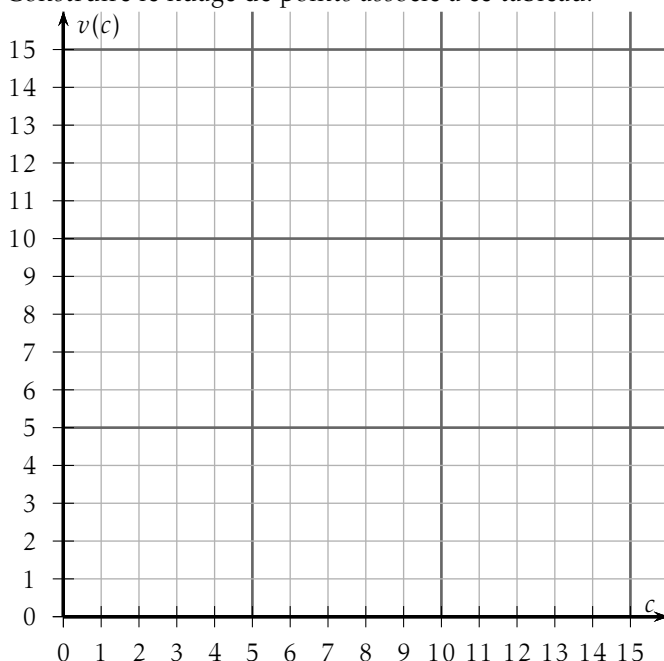
voici les valeurs obtenues :

c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$v(c)$	0	3,3	5,7	7,5	9	10	11	11,7	12	12,8	13,3	13,7	14	14,4	14,7	15

c est la concentration de la solution

$v(c)$ est la vitesse de réaction en fonction de la concentration de la solution.

1. Construire le nuage de points associé à ce tableau.



2. A quelles courbes de fonctions de références font penser ce nuage de points ?
Que cela signifie-t-il pour les limites en l'infini ?

Pour pouvoir conclure, notre chercheur devrait poursuivre ces expériences, mais :

- a) chacune d'elle coûte 300 €/ml d'enzymes (au moins !);
- b) chacune d'elle dure 35 minutes (voire plus...)
- c) il ne peut pas augmenter la concentration indéfiniment pour des questions de solubilité.
- d) ...

C'est pourquoi il veut modéliser, si possible, cette expérience par une expression mathématique. Concrètement on cherche l'équation d'une fonction dont la courbe représentative est proche de ce nuage de points.

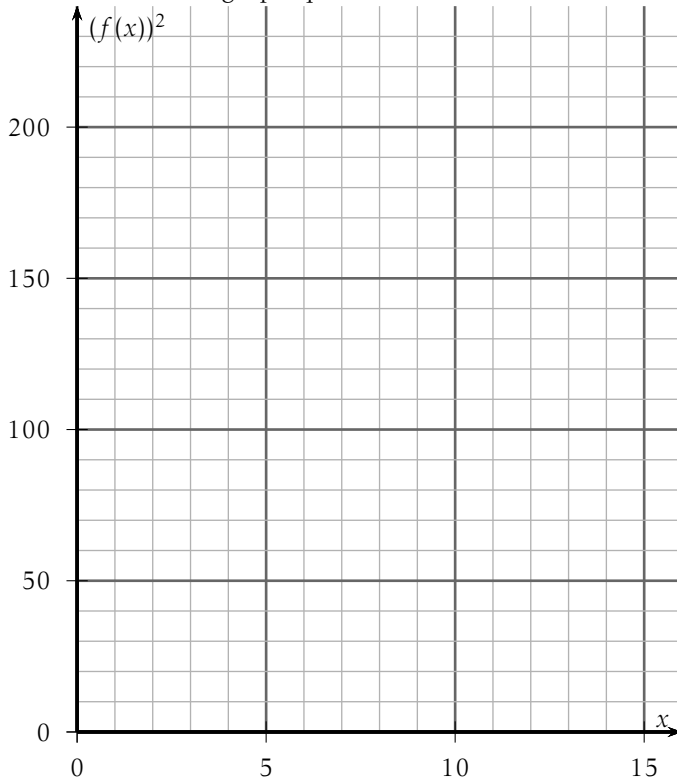
2. Arrive alors le mathématicien

On change les notations : au lieu d'écrire vitesse en fonction de la concentration $v(c)$ on préfère écrire $f(x)$.

1. Supposons que la fonction f cherchée s'écrive : $f(x) = k\sqrt{x+a}$ avec $k > 0$.
- a) Calculer $f(0)$, en déduire la valeur de a .
 - b) Calculer $(f(x))^2$: quelle relation existe-t-il entre $(f(x))^2$ et x ? Interpréter graphiquement ce résultat.
 - c) Compléter le tableau de valeurs suivant (les valeurs seront arrondies à l'unité).

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$(f(x))^2$								
x	8	9	10	11	12	13	14	15
$(f(x))^2$								

d) À l'aide d'une lecture graphique, donner une valeur de k .



e) Tracer la courbe représentative de la fonction $x \mapsto k\sqrt{x}$ (en prenant pour k la valeur trouvée précédemment) dans le même repère que le nuage de point.

2. Supposons que la fonction f cherchée s'écrive : $f(x) = \frac{kx}{x+a}$ avec $k \in \mathbb{R}^*$

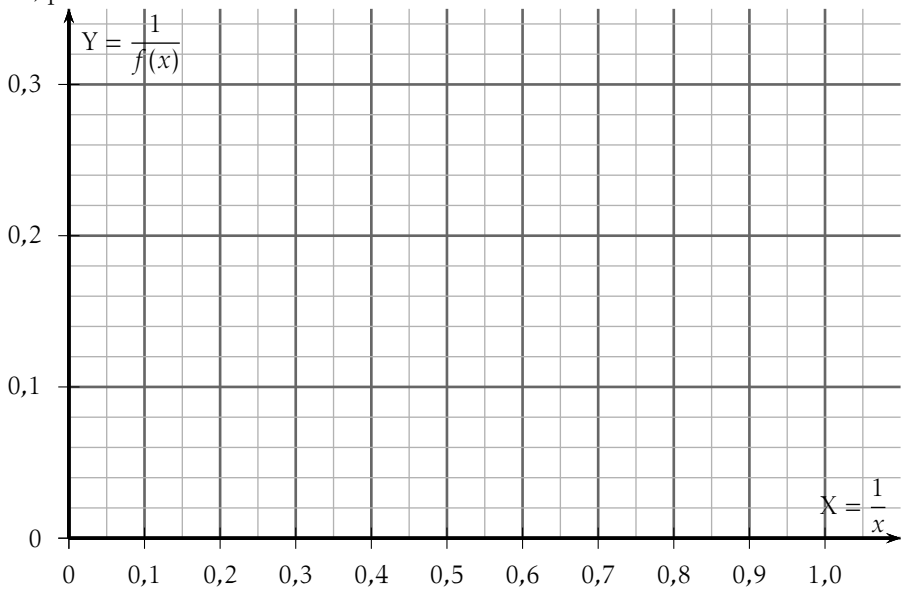
a) Exprimer $\frac{1}{f(x)}$ en fonction de $\frac{1}{x}$.

Interpréter graphiquement l'expression obtenue.

b) Compléter le tableau suivant (arrondir les résultats à 10^{-3}).

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$X = \frac{1}{x}$	//							
$Y = \frac{1}{f(x)}$	//							
x	8	9	10	11	12	13	14	15
$X = \frac{1}{x}$								
$Y = \frac{1}{f(x)}$								

- c) Placer les points dans le repère : lire une valeur de $\frac{1}{k}$ en déduire une valeur de k , puis de a .



- d) Soit $x \mapsto \frac{kx}{x+a}$ (en prenant pour k et a les valeurs trouvées précédemment) : déterminer sa limite en $+\infty$, puis tracer sa courbe représentative dans le même repère que le nuage de point.

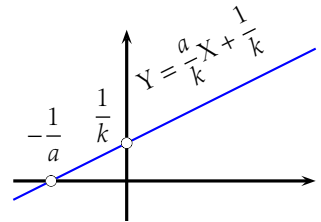
3. Quelle semble être la fonction qui approxime au mieux le nuage ?

3. Le biochimiste conclue

Donc quand je sais (parce qu'à force d'expériences, on connaît l'allure de la courbe associée à certaines enzymes), que le nuage de points est un arc d'hyperbole équilatère (les asymptotes sont des droites perpendiculaires) et que la fonction est de la forme $f(x) = \frac{kx}{x+a}$

il suffit de 4 (ou 5) expériences (gain de temps et d'argent) afin d'obtenir les points $M_1(x_1; y_1)$... $M_4(x_4; y_4)$; puis de placer dans un repère les points $P_1\left(\frac{1}{x_1}; \frac{1}{y_1}\right)$... $P_4\left(\frac{1}{x_4}; \frac{1}{y_4}\right)$.

Les points P_i sont alignés, on trace la droite; on trouve graphiquement les valeurs de $\frac{1}{k}$ et de $\frac{1}{a}$.



Application

On obtient les relevés suivants :

c	0	1	2	5	8
$v(c)$	0	2	3,3	5,5	6,6

Déterminer les valeurs de a , k et la limite en $+\infty$ de la concentration.