

Exercice 1 — Exercice du Bac Blanc

20 points

d'après BAC STMG, Polynésie, juin 2105, exercice 1

Une entreprise, qui fabrique et vend des ordinateurs sur commande, modélise le bénéfice en euros pour x ordinateurs fabriqués et vendus en une journée, par la fonction :

$$f(x) = x^3 - 60x^2 + 900x - 500$$

L'entreprise ne pouvant construire plus de 30 ordinateurs par jour, on aura $0 \leq x \leq 30$.

1. a) Calculer le bénéfice pour 4 puis pour 10 ordinateurs.

$f(4) = 4^3 - 60 \times 4^2 + 900 \times 4 - 500 = 2\,204$ donc le bénéfice pour 4 ordinateurs est de 2 204 €.

$f(10) = 10^3 - 60 \times 10^2 + 900 \times 10 - 500 = 3\,500$ donc le bénéfice pour 10 ordinateurs est de 3 500 €.

- b) Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f .

on sait que la dérivée de $x \mapsto x^3$ est $x \mapsto 3x^2$ et que celle de $x \mapsto -60x^2 + 900x - 500$ est $x \mapsto -2 \times 60x + 900 = -120x + 900$

donc $f'(x) = 3x^2 - 120x + 900$

- c) Dresser, après avoir étudié le signe de f' , le tableau de variation de f .

f' est un polynôme du second degré, avec $a = 3$, $b = -120$ et $c = 900$.

Comme le coefficient de x^3 est positif, sa représentation graphique est une parabole orientée « vers le haut ».

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-120)^2 - 4 \times 3 \times 900 = 3\,600$$

donc il existe deux valeurs qui annulent f' :

$$\alpha = \frac{-(-120) - \sqrt{3\,600}}{2 \times 3} = 10$$

$$\text{et } \beta = \frac{-(-120) + \sqrt{3\,600}}{2 \times 3} = 30$$

D'où le tableau de variations de f

x	0	10	30
signe de $f'(x)$	+	0	-
variations de f	3 500		
	↗		↘
	-500		-500

- d) En déduire combien d'ordinateurs l'entreprise doit fabriquer et vendre chaque jour pour avoir un bénéfice maximal. Donner ce bénéfice.

il faut donc produire 10 ordinateurs pour avoir un bénéfice maximal de 3 500 €

2. La courbe \mathcal{C} donnée ci-dessous représente l'évolution du bénéfice en fonction du nombre d'ordinateurs fabriqués et vendus en une journée suivant le modèle choisi par l'entreprise.

- a) Par lecture graphique, déterminer combien l'entreprise doit fabriquer et vendre d'ordinateurs en une journée si elle veut un bénéfice d'au moins 2 500 €.

On lit qu'il faut être dans l'intervalle $[4,5; 16,75]$ donc fabriquer entre 5 et 16 ordinateurs.

- b) Une grande surface veut acheter des ordinateurs. Elle propose au choix deux contrats à cette entreprise :

contrat A : acheter 300 ordinateurs à fabriquer en dix jours ;

contrat B : acheter 100 ordinateurs à fabriquer en cinq jours.

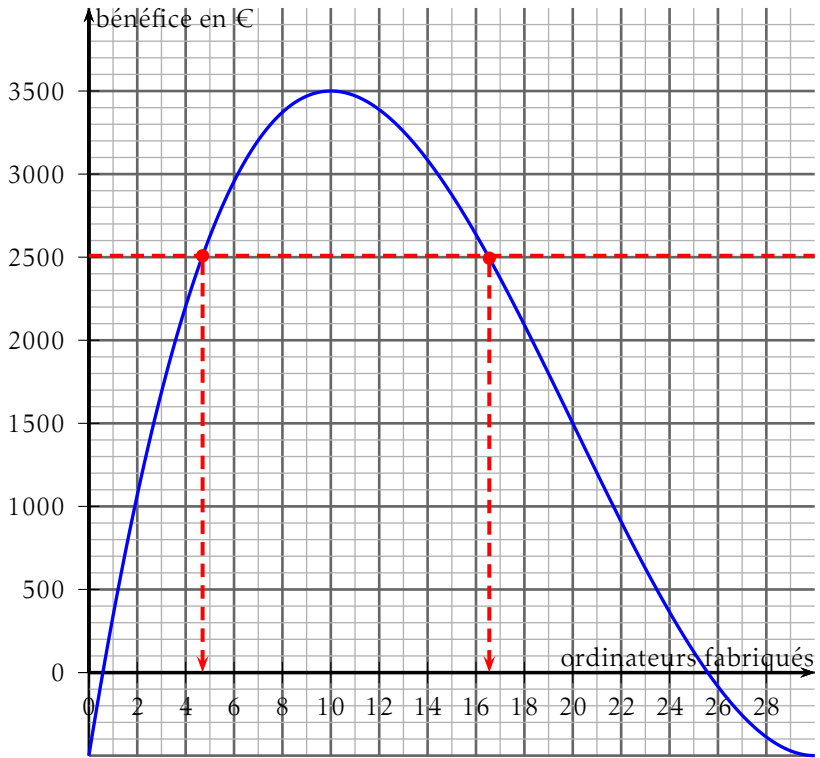
Quel contrat l'entreprise a-t-elle intérêt à choisir ? (Justifier votre réponse).

contrat A : 300 ordinateurs en 10 jours, cela signifie en fabriquer 30 par jour : le bénéfice est négatif !

contrat B : 100 ordinateurs en 5 jours, cela signifie en fabriquer 20 par jour : le bénéfice est positif : il faut choisir le contrat B.

Annexe

Exercice 1



Exercice 1 : courbe du bénéfice