C07

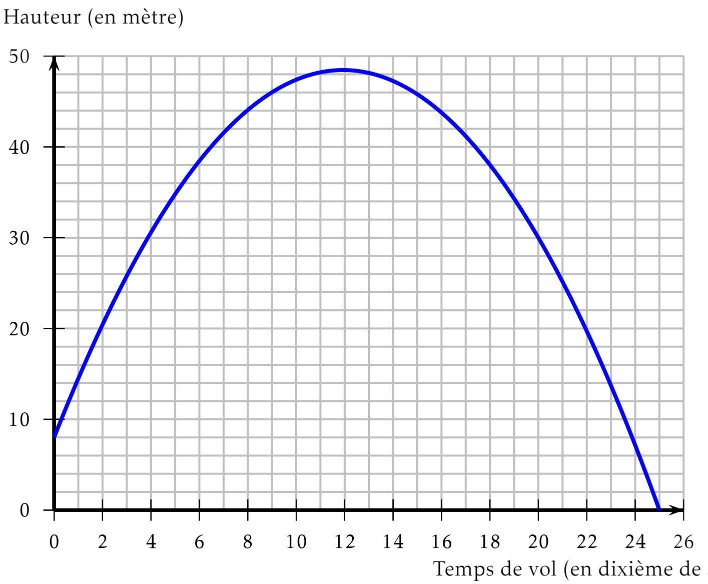
Exercice 1 —

5 points

À l'occasion d'un festival pyrotechnique, un artificier se prépare à lancer des fusées à partir d'une plate-forme située à 8 mètres de hauteur. Il dispose de deux types de fusée, notés A et B.

Partie A –

La hauteur, en mètre, atteinte par les fusées de type A en fonction de leur temps de vol x, en dixième de seconde, est modélisée par la courbe ci-dessous.



Répondre aux deux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

1. Quelle hauteur atteindra la fusée après 0,7 seconde de vol ?

2. Pour des raisons de sécurité, la fusée doit exploser à une altitude supérieure à 40 mètres. Déterminer l'intervalle de temps auquel doit appartenir x pour satisfaire à cette contrainte.

Partie B –

On modélise la hauteur, en mètre, atteinte par les fusées de type B en fonction de leur temps de vol x, en dixième de seconde, par la fonction f définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0;20]$ par :

$$f(x) = -0{,}5x^2 + 10x + 8$$

Comme dans le cas des fusées de type A, l'explosion des fusées de type B doit avoir lieu lorsque celles-ci sont situées à une altitude supérieure ou égale à 40 mètres. On cherche à déterminer l'intervalle dans lequel doit se trouver x pour satisfaire à cette contrainte.

1. a) Montrer que pour satisfaire à la contrainte posée, x doit être solution de l'inéquation $-0{,}5x^2 + 10x - 32 \geqslant 0$.
   b) Dresser le tableau de signes de la fonction qui à x associe $-0{,}5x^2 + 10x - 32$ sur l'intervalle $[0;20]$ et répondre alors au problème posé.
2. a) Pour tout réel x de l'intervalle $[0;20]$, calculer $f'(x)$, f' étant la fonction dérivée de f.
   b) L'artificier souhaite connaître le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 de la courbe représentative de f.
   Donner le coefficient directeur recherché.
3. Pour des raisons d'esthétique, l'artificier souhaite faire exploser ses fusées de type B lorsque celles-ci seront à leur hauteur maximale.
   Quel temps de vol avant explosion doit-il alors programmer ?

Exercice 2 —

5 points

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne les indices de référence des loyers, notés IRL, au dernier trimestre de chaque année depuis 2009 (base 100 pour l'année 1998) et leurs évolutions annuelles.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
3	Indice de référence des loyers y_i	117,47	119,17	121,68	123,97	124,83	125,29	125,28
4	Taux d'évolution de l'IRL (arrondi à 0,01 %)		1,45					

Source : INSEE

Partie A –

1. La cellule `C4` est au format pourcentage arrondi à 0,01 %. Quelle formule peut-on entrer dans cette cellule pour obtenir, par recopie sur la droite, l'ensemble des valeurs de la plage de cellules `C4:H4` ?
2. La loi française dispose que pour une révision annuelle d'un loyer, le taux d'évolution du loyer ne peut être supérieur à celui de l'IRL de l'année écoulée. Par exemple, un propriétaire ne peut augmenter le loyer de 2010 de plus de 1,45 % en janvier 2011.
   Un propriétaire propose un loyer de 650 € mensuel au dernier trimestre 2010 et souhaite le réviser et le passer à 658 € mensuel pour l'année 2011. Est-il en accord avec la loi ?
   Justifier la réponse.
3. **a)** Déterminer le taux d'évolution arrondi à 0,01 % de l'IRL entre le dernier trimestre 2009 et le dernier trimestre 2015.
   b) En déduire le taux d'évolution annuel moyen arrondi à 0,01 % de l'IRL entre le dernier trimestre 2009 et le dernier trimestre 2015.

Partie B –

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au millième.
   Dans la suite de l'exercice on décide de prendre comme droite d'ajustement de y en x la droite D d'équation $y = 1{,}39x + 117$.
2. **a)** À l'aide de cet ajustement, donner une estimation de l'IRL au dernier trimestre 2017 puis au dernier trimestre 2018.
   b) Le loyer mensuel d'un appartement s'élève à 850 € au dernier trimestre de l'année 2018. Si le propriétaire envisage à cette période une révision de ce loyer, quelle somme maximale, arrondie à l'euro, peut-il exiger de son locataire pour janvier 2019 ?

Exercice 3 — *6 points*

Une étude menée en 2010 par l'institut national de prévention et d'éducation à la santé évalue le comportement face au tabac en fonction de l'âge d'initiation.

Cette étude menée auprès d'un panel de personnes âgées de 20 ans à 25 ans et ayant déjà testé la cigarette présente les conclusions suivantes :

- la probabilité de devenir un fumeur régulier est de 0,65 si la première cigarette a été fumée avant l'âge de 14 ans ;
- cette probabilité est de 0,52 si la première cigarette a été fumée entre 14 ans et 17 ans ;
- cette probabilité est enfin de 0,32 si la première cigarette a été fumée après l'âge de 17 ans.

On interroge 500 personnes, choisies au hasard, âgées de 20 à 25 ans ayant déjà fumé. Le tableau ci-dessous donne la répartition des personnes interrogées selon l'âge qu'elles avaient lors de la consommation de leur première cigarette.

Âge	Avant 14 ans	Entre 14 ans et 17 ans	Après 17 ans
Pourcentage des personnes interrogées	28 %	57 %	15 %

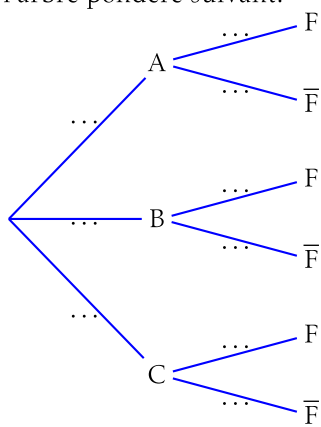
On choisit une personne au hasard parmi les 500 interrogées.

Dans la suite de l'exercice, on note :

- F l'évènement « la personne choisie est un fumeur régulier » ;
- A l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette avant l'âge de 14 ans » ;
- B l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette entre 14 ans et 17ans » ;
- C l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette après l'âge de 17 ans ».

Pour tout évènement A, on notera $p(\text{A})$ sa probabilité, $\overline{\text{A}}$ son évènement contraire, et, pour tout évènement B de probabilité non nulle, $P_{\text{B}}(\text{A})$ la probabilité de l'évènement A sachant que B est réalisé.

1. En considérant encore valables les conclusions de l'étude menée en 2010, recopier puis compléter l'arbre pondéré suivant.



2. Quelle est la probabilité que la personne choisie ait fumé avant l'âge de 14 ans et soit un fumeur régulier ?
3. Montrer que $p(\text{F}) = 0{,}5264$.
4. Sachant que la personne choisie est un fumeur régulier, quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-4}, qu'il ait fumé sa première cigarette avant l'âge de 14 ans ?

5. L'échantillon étudié compte 294 fumeurs réguliers. À l'aide du résultat de la question 3. et d'un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %, peut-on considérer que le nombre de fumeurs réguliers de cet échantillon est anormalement élevé ?

Exercice 4 — *4 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Un apiculteur constate qu'entre le 1er mars 2014 et le 1er mars 2016, la population d'abeilles adultes de sa ruche a diminué de 15 % par an.

1. Au 1er mars 2016 l'apiculteur dénombre 55 200 abeilles adultes dans sa ruche, à combien peut-on estimer le nombre d'abeilles adultes, arrondi à la centaine, qui peuplaient la ruche au 1er mars 2014 ?

   a. 73 000 **b.** 107 100 **c.** 76 400 **d.** 71 800

L'apiculteur fait l'hypothèse que cette baisse régulière de 15 % va se poursuivre dans les années à venir. Pour pallier cette perte, il décide d'introduire 15 000 abeilles adultes supplémentaires dans sa ruche au 1er mars de chaque année à partir de 2017.

2. Avec cette hypothèse, combien d'abeilles adultes, à la centaine près, peupleront la ruche au 1er mars 2018 après l'apport de l'apiculteur ?

   a. 67 600 **b.** 70 000 **c.** 72 400 **d.** 63 500

L'apiculteur décide de poursuivre cet apport annuel de 15 000 abeilles adultes jusqu'à ce que la population de sa ruche atteigne 80 000 abeilles adultes.

3. Lequel de ces quatre algorithmes permet de déterminer le nombre d'années (à partir de 2016) nécessaires pour atteindre cet objectif ?

a.

$a \longleftarrow 55\,200$
$n \longleftarrow 0$
Tant que $n > 80\,000$
  $a \longleftarrow a \times 0{,}85 + 15\,000$
  $n \longleftarrow n + 1$
Fin Tant que

b.

$n \longleftarrow 0$
Tant que $a < 80\,000$
  $a \longleftarrow 55\,200$
  $a \longleftarrow a \times 0{,}85 + 15\,000$
  $n \longleftarrow n + 1$
Fin Tant que

c.

$n \longleftarrow 0$
$a \longleftarrow 55\,200$
Tant que $a < 80\,000$
  $a \longleftarrow a \times 0{,}85 + 15\,000$
  $n \longleftarrow n + 1$
Fin Tant que

d.

$a \longleftarrow 55\,200$
$n \longleftarrow 0$
Tant que $a < 80\,000$
  $a \longleftarrow a \times 0{,}85 + 15\,000$
  $n \longleftarrow n + 1$
Fin Tant que

4. On admet que la production moyenne de miel d'une ruche, en kilogramme, est une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 15$ et d'écart type $\sigma = 5$.
La probabilité $p(5 \leqslant X \leqslant 25)$ arrondie à 0,01 est égale à :

a. 0,68 **b.** 0,99 **c.** 0,95 **d.** 0,50