

---

---

---

## Exercice 1 —

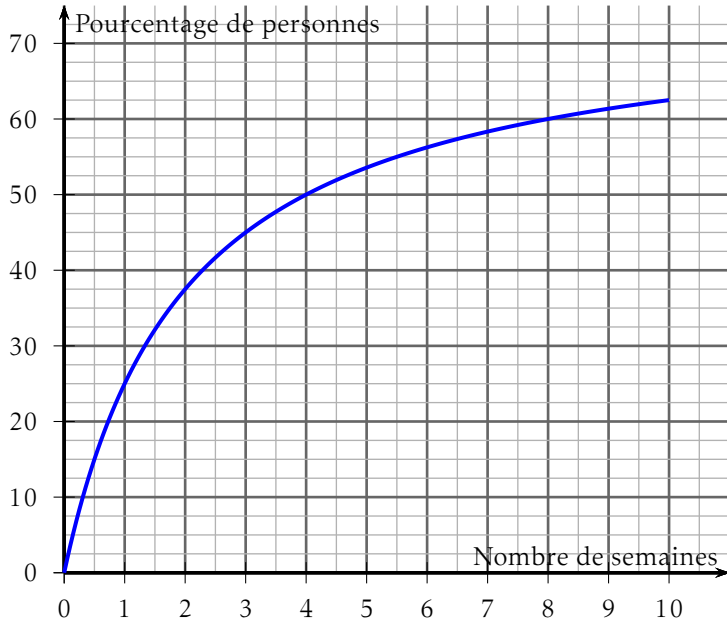
Une agence lance une campagne publicitaire sur une durée de 15 semaines, dans une ville donnée, afin de promouvoir une nouvelle marque de boissons gazeuses.

Une étude montre qu'après  $x$  semaines de campagne publicitaire, le pourcentage de personnes résidant dans cette ville ayant pris connaissance de la marque est donné par l'expression  $f(x) = \frac{75x}{x+2}$  où  $x$  est un réel compris entre 0 et 30.

La courbe représentative de  $f$  est fournie en annexe.

L'objectif fixé à l'agence par l'entreprise qui produit cette nouvelles marque de boissons est qu'au moins 70% des habitants de la ville aient pris connaissance de cette marque.

1. Peut-on affirmer qu'après 10 semaines de publicité, l'objectif fixé est atteint ? Justifier la réponse.
2. Déterminer graphiquement le nombre de semaines nécessaires pour que le pourcentage d'habitants ayant pris connaissance de la marque passe de 50% à 60%.  
On laissera apparents les tracés utiles.
3. On note  $f'$  la dérivée de  $f$ . Montrer que, pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 15]$ ,  $f'(x) = \frac{150}{(x+2)^2}$
4. En utilisant le signe de sa dérivée, déterminer les variations de  $f$  sur l'intervalle  $[0; 15]$ .
5. Après ces 15 semaines de campagne, l'agence demande un délai supplémentaire.  
Justifier cette demande.
6. Combien de semaines supplémentaires seront nécessaires à l'agence pour atteindre l'objectif fixé par l'entreprise ?



## Exercice 2 —

Une entreprise produit des tablettes tactiles avec un maximum de production de 30 000 unités par mois.

Soit  $x$  le nombre de milliers de tablettes produites.

Le coût de production en milliers d'euros est modélisé par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0; 30]$  par :  $C(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 22x^2 + 96x$ .

Chaque tablette est vendue 480 euros et on suppose que l'entreprise écoule toute sa production mensuelle. On souhaite étudier la rentabilité de cette entreprise.

La représentation graphique de la fonction  $C$  est donnée en annexe.

## Partie A – Lecture graphique

1. Déterminer, par lecture graphique, le coût de production en milliers d'euros de 10 milliers de tablettes.

*Laisser apparents les traits de construction sur l'annexe.*

2. Déterminer, par lecture graphique, pour combien de tablettes produites, le coût sera supérieur à 8 000 milliers d'euros.

*Laisser apparents les traits de construction sur l'annexe.*

3. La fonction  $R$  définie par  $R(x) = 480x$  représente la recette en milliers d'euros pour  $x$  milliers de tablettes produites.

Tracer dans le repère sa courbe représentative.

## Partie B – Étude du bénéfice

1. Montrer que le bénéfice de l'entreprise sera alors donné par la fonction  $B$  définie sur l'intervalle  $[0; 30]$  par :  $B(x) = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 384x$ .

2. On note  $B'$  la fonction dérivée de la fonction  $B$ . Calculer  $B'(x)$ .

3. a) Résoudre l'équation du second degré  $x^2 - 44x + 384 = 0$ .

b) En déduire le signe de  $B'(x)$  sur l'intervalle  $[0; 30]$ . Dresser le tableau de variation de la fonction  $B$ .

4. Donner la production à réaliser pour obtenir le bénéfice maximal et la valeur de ce bénéfice.

