		T1-c01 : fonctions	21
		bilan des compétences	15
REP	6	Représenter : Choisir un cadre...	7
CAL	6	Calculer : Effectuer un calcul...	5
CHR	1	Chercher : Analyser un problèm...	1
RAI	4	Raisonner : Utiliser les notio...	2
		bilan des connaissances	6
ANT	3	Connaissances des années antér...	2
FCT03	5	Fonctions de références : raci...	4

	correction		
REP	1.1 sqrt(x)< k : méthode		1
CAL	exactitude des calculs		0,5
FCT03	solution		0,5
REP	1.2 1/x < j : méthode		1
CAL	exactitude des calculs		0,5
ANT	solution		0,5
REP	1.3 x2̂>j : méthode		1
CAL	exactitude des calculs		0,5
ANT	solution		0,5
REP	1.4 sqrt(x+j) <=7 : méthode		1
CAL	exactitude des calculs		0,5
FCT03	solution		0,5
	total	8	
FCT03	2.a ensemble de définition de sqrt : chercher		1
RAI	argumentation		0,5
ANT	2.b variations de la fonction carrée : chercher		1
RAI	argumentation		0,5
	total	3	
REP	3.A.1 résoudre inéq carrée : méthode		2
CAL	exactitude des calculs		1
FCT03	3.A.2 ens def racine carrée		1
CAL	3.A.3 calculer image / placer points		2
REP	graphique cohérent		1
FCT03	3.B.1 justifier calculs simplifier sqrt		1
RAI	argumenter justesse expression		0,5
CHR	3.B.2 recherche		1
RAI	conclusion		0,5
	total	10	

C01

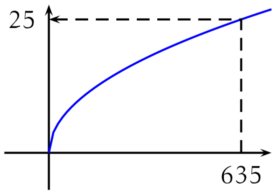
NOM ....- Date de naissance ....

21 points, mais note sur 20 : vous pouvez avoir 21/20

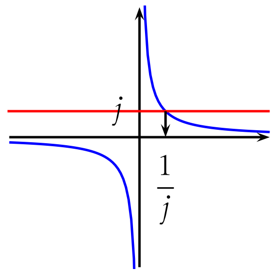
Exercice 1 — Résolution d'inéquation *8 points*

Résoudre les inéquations suivantes (justifier au choix par un graphique ou un calcul). Remplacer j par votre jour de naissance.

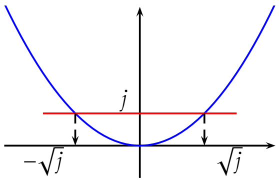
$\sqrt{x} \leqslant 25$ $\qquad \dfrac{1}{x} < j$ $\qquad x^2 > j$ $\qquad \sqrt{x+j} \leqslant 7$



donc $x \in [0\,;635]$



donc $x \in \left]-\infty,;0\right[\cup \left]\frac{1}{j}\,;+\infty\right[$



donc $x \in \left]-\infty,;-\sqrt{j}\right[\cup \left]\sqrt{j}+\infty\right[$

L'expression sous le radical doit être positive ou nulle, donc il faut $x+j \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant -j$
on cherche $x \in [-j\,;+\infty[$ tel que $\sqrt{x+j} < 7 \Leftrightarrow x+j < 7^2$ (la fonction carrée est croissante sur $[0\,;7]$ donc l'ordre est conservé.
donc $x < 49-j$
On en déduit que $x \in [-j\,;49-j]$

Exercice 2 — Démonstrations

3 points

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Si elle est vraie, démontrer la, sinon donner un contre exemple.

a) l'expression $\sqrt{-x}$ peut être vraie.
VRAI : pour $x \in]-\infty\,;0]$, on a $(-x) \in [0\,;+\infty[$, donc la racine carrée est définie.

b) si deux réels a et b sont tels que $a < b$, alors $a^2 < b^2$.

FAUX : si $a = -4$ et $b = 3$, on a $a < b$, mais $a^2 = (-4)^2 = 16$ qui est supérieur à $b^2 = 3^2 = 9$!

Exercice 3 — Plouf

11 points

Suite à une obscure histoire de drone, le petit Samuel doit étudier la fonction suivante : $f(x) = \sqrt{\left(x - \dfrac{m+5}{2}\right)^2 - 1} + \sqrt{\left(x - \dfrac{m}{2}\right)^2}$ où m est le numéro de votre mois de naissance.

(Pour ceux qui sont nés en janvier, la fonction est : $f(x) = \sqrt{(x-3)^2 - 1} + \sqrt{(x-0{,}5)^2}$ pour ceux qui sont né en février : $f(x) = \sqrt{(x-3{,}5)^2 - 1} + \sqrt{(x-1)^2}\ldots$ pour ceux qui sont né en septembre : $f(x) = \sqrt{(x-7)^2 - 1} + \sqrt{(x-4{,}5)^2}\ldots$)

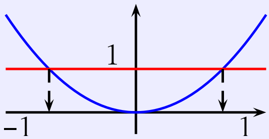
Ne pas travailler avec la lettre *m* ! Il faut à chaque fois la remplacer par sa valeur.

Partie A – Représentation graphique

1. Résoudre l'inéquation $\left(x-\dfrac{m+5}{2}\right)^2-1\geqslant 0$ (justifier à l'aide d'un calcul et/ou un tableau de signe et/ou une lecture graphique).

On peut travailler à l'aide d'une lecture graphique sur la parabole ($\mathrm{X}\mapsto \mathrm{X}^2$), mais ATTENTION à la rédaction.

On cherche x tel que $\left(x-\dfrac{m+5}{2}\right)^2\geqslant 1$.



on cherche donc x tel que $x-\dfrac{m+5}{2}\geqslant 1$ ou $x-\dfrac{m+5}{2}\leqslant -1$

premier cas : $x-\dfrac{m+5}{2}\geqslant 1 \Leftrightarrow x\geqslant 1+\dfrac{m+5}{2}\Leftrightarrow x\geqslant \dfrac{m+7}{2}$

ou second cas : $x-\dfrac{m+5}{2}\leqslant -1 \Leftrightarrow x\leqslant -1+\dfrac{m+5}{2}\Leftrightarrow x\leqslant \dfrac{m+3}{2}$

conclusion, $\left(x-\dfrac{m+5}{2}\right)^2\geqslant 1 \Leftrightarrow x\in \left]-\infty\,;\dfrac{m+3}{2}\right]\cup\left[\dfrac{m+7}{2}\,;+\infty\right[$

On peut travailler à l'aide d'un tableau de signe à condition d'avoir **une expression factorisée** !

$$\left(x-\frac{m+5}{2}\right)^2-1\geqslant 0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{m+5}{2}\right)^2-1^2\geqslant 0 \Leftrightarrow$$

$$\left(x-\frac{m+5}{2}-1\right)\left(x-\frac{m+5}{2}+1\right)\geqslant 0\Leftrightarrow \left(x-\frac{m+7}{2}\right)\left(x-\frac{m+3}{2}\right)\geqslant 0$$

x	$-\infty$		$\frac{m+3}{2}$		$\frac{m+7}{2}$		$+\infty$
signe de $x-\frac{m+7}{2}$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x-\frac{m+3}{2}$		$-$	0	$+$		$+$	
signe du **produit**		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. À l'aide de la question précédente, déterminer l'ensemble de définition de *votre* fonction f ?

l'expression sous le radical doit être positive, or pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\left(\dfrac{x-m}{2}\right)^2 > 0$, donc la seconde racine carrée est toujours définie.
pour que la première racine carrée soit définie, il faut que $\left(x - \dfrac{m+5}{2}\right)^2 - 1 \geqslant 0$
D'où l'ensemble de définition de la fonction : $x \in \left]-\infty\,; \dfrac{m+3}{2}\right] \cup \left[\dfrac{m+7}{2}\,; +\infty\right[$.

3. À l'aide de votre calculatrice, dessiner la représentation graphique de la fonction dans le graphique (ne prendre que cinq ou six points).

Partie B – Étude d'un cas particulier

Dans cette partie, on pose $m = 0$, la fonction f est donc définie sur $]-\infty\,;1{,}5] \cup [3{,}5\,;+\infty[$ par

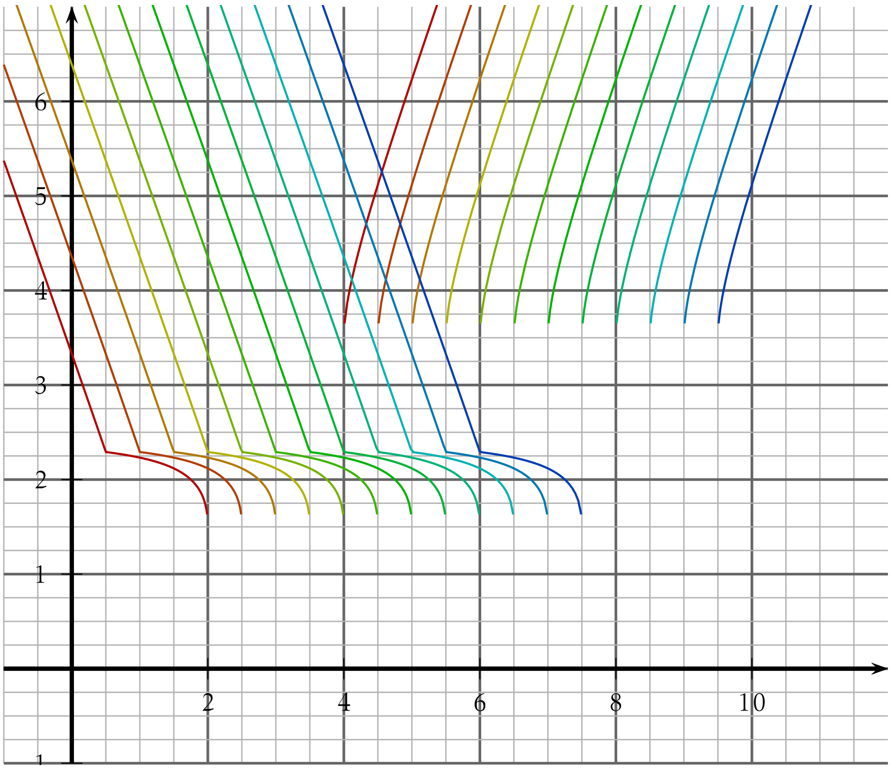
$f_0(x) = \sqrt{(x-2{,}5)^2 - 1} + \sqrt{(x)^2}$.

1. Samuel pense que dans ce cas, il peut simplifier l'expression de la fonction en $f_0(x) = 2x - 3{,}5$.

   Comment a-t-il obtenu cette expression ? Pensez-vous qu'il a raison ?

   Samuel a transformé l'écriture de la façon suivante :
   $f_0(x) = \sqrt{(x-2{,}5)^2} - \sqrt{1} + \sqrt{(x)^2}$.
   1re erreur : $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$
   puis ensuite il a « simplifié les carrés » (c'est très mal, et très faux) :
   $f_0(x) = (x-2{,}5) - 1 + x$
   Il a donc tort !
   Une autre idée : il obtient l'expression d'une fonction affine dont la représentation graphique est toujours une droite, à l'aide de la calculatrice on constate que la représentation de f_0 n'est pas une droite, donc f_0 ne peut pas être une fonction affine.

2. Samuel obtient le graphe de la fonction f_0 à l'aide de sa calculatrice. Il lui semble que sur $]-\infty\,;0]$ la représentation graphique est une droite. Infirmer



Graphique pour tracer la fonction $f(x) = \sqrt{\left(x - \dfrac{m+5}{2}\right)^2 - 1} + \sqrt{\left(x - \dfrac{m}{2}\right)^2}$

ou confirmer cette conjecture.

pour $\sqrt{x^2}$: si $x \leqslant 0$, alors $\sqrt{x^2} = -x$
donc l'expression de f_0 peut s'écrire : $f_0(x) = \sqrt{(x-2{,}5)^2 - 1} - x$.
Ce *n'est pas* l'expression d'une fonction affine, donc la représentation graphique *n'est pas* une droite.