
1. Le théorème

Erik DEMAINE, Martin DEMAINE et Anna LUBIW ont démontré ¹ qu'il est possible de couper d'un seul coup de ciseau rectiligne n'importe quel polygone une fois qu'il a été plié de la manière adéquate! Ils ont publié un algorithme permettant de d'obtenir la *carte des plis* d'un polygone choisi!

We present an algorithm to find a flat folding of a piece of paper, so that one complete straight cut on the folding creates any desired plane graph of cuts. The folds are based on the straight skeleton, which lines up desired edges by folding along various bisectors: and a collection of perpendiculars that make the crease pattern foldable. We prove that the crease pattern is flat foldable by demonstrating a family of folded states with the desired properties.

2. Applications

Dans une de ses nombreuses vidéo ² Erik DEMAINE découpe quelques pliages. On trouve des cartes de plis sur son site ³, de difficulté variables.

3. Un beau pliage

3.1 Étoile et pentagone

Dans leur rapport, les DEMAINE – LUBIW présentent le pliage suivant :

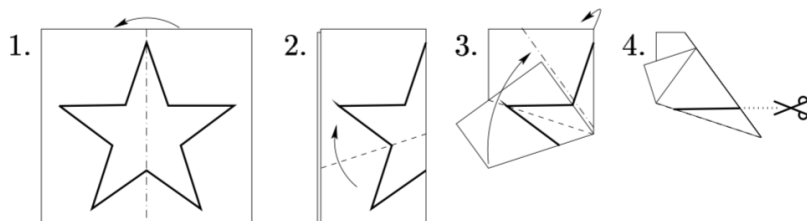


Fig. 1. *How to fold a square of paper so that one cut makes a five-pointed star.*

1– <http://erikdemaine.org/papers/JCDCG98/paper.pdf>

2– <http://courses.csail.mit.edu/6.849/fall10/lectures/Lo7.html>

3– <http://erikdemaine.org/foldcut/examples/>

J'ai l'impression que pour obtenir une étoile inscrite dans un pentagone régulier il suffit que le pli de la figure 2 passe par le milieu du côté droit et amène le milieu du côté bas sur le côté gauche.

Que penser de cette idée? (Recherche et conclusion en une page A4)

3.2 Pentagone

Soit ABCDE un pentagone régulier de côté c .

1. Exprimer (en détaillant votre démarche) l'aire du pentagone en fonction de c .

Aide : $\cos(36^\circ) = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$

2. Démontrer que quelque soit le point M à l'intérieur du pentagone la somme $d(M, [AB]) + d(M, [BC]) + d(M, [CD]) + d(M, [DE]) + d(M, [EA])$ est constante.

3. Calculer, en justifiant, la valeur exacte du rapport $\frac{BE}{CD}$

4. Info : le rapport $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ s'appelle le *nombre d'or*. Faire des recherches à son sujet et les résumer sur 4 feuilles A6 (pour les exploiter sous forme de posters ensuite). Ne pas oublier de citer les sources.