	bilan des compétences		12
REP	3	Représenter : Choisir un cadre...	3,5
CAL	4	Calculer : Effectuer un calcul...	4
CHR	3	Chercher : Analyser un problèm...	3,5
MOD	1	Modéliser : Traduire en langag...	1
ANT	1	Connaissances des années antér...	1,5
SUI01	4	Reconnaître / modéliser une su...	4
SUI03	2	Connaître la limite d'une suit...	1,5
SUI04	1	Recherche de seuil...	1

	correction		20
REP	1.1 lire graphique		1
CHR	1.2 reconnaître suite géom : quotient des termes		1
SUI01	reconnaître suite géom : conclusion		1
SUI01	1.3.a suite géom : calcul des termes – méthode		1
CAL	calcul des termes : calculs exacts		1
SUI01	1.3.b suite géom : expression explicite		1
REP	1.3.d placer points sur le graphique		1,5
SUI03	1.3.e suite géom : justifier limite		1
SUI03	suite géom : limite		0,5
	total	9	
MOD	2.1 calcul des termes : méthode		1
CAL	calcul des termes : exactitude des calculs		1
CAL	2.2 calcul des termes		1
SUI01	2.3 suite géom : expression recurrence		1
CHR	2.4 recherche de seuil : recherche		1
SUI04	valeur du seuil		1
	total	6	
ANT	3. augmenter % => coeff mult		1,5
CHR	recherche		1,5
CAL	exactitude des calculs		1
REP	interpréter résultat		1
	total	5	

C01 : SUITES

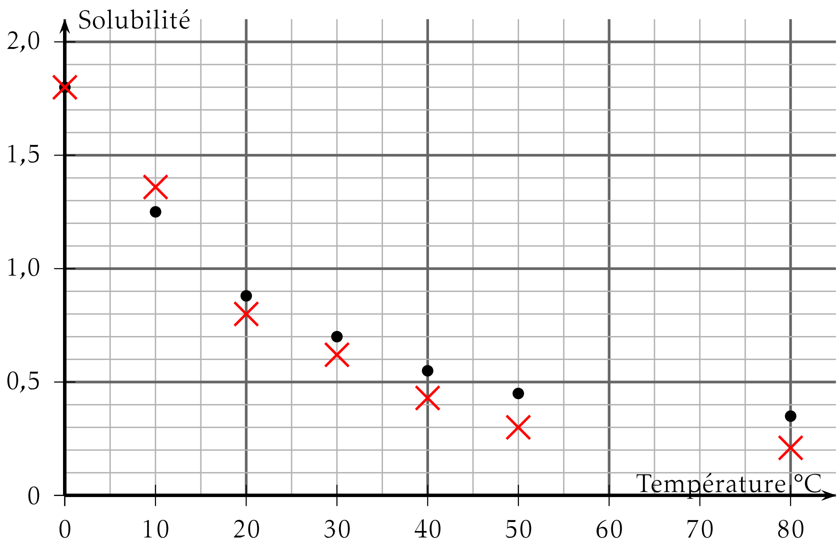
NOM ....- Date de naissance ....

Exercice 1 —

9 points

D'après Antilles - Guyane, juin 2016

Le graphique donne la solubilité du dioxyde de carbone dans l'eau (en cm^3/ml d'eau) à la pression de 1 bar, pour différentes valeurs de la température (en °C).



1. Avec la précision permise par une lecture du graphique, compléter le tableau :

Température	0	10	20	30	40	50	80
Solubilité	1,8	1,25	0,8	0,7	0,55	0,45	0,35

2. Le nuage de points fait penser à la représentation d'une suite géométrique.

Donner une valeur possible pour la raison de cette suite. Justifier votre choix.

on calcule $\dfrac{1{,}25}{1{,}8} \approx 0{,}69$ $\dfrac{0{,}8}{1{,}25} \approx 0{,}64$
le coefficient multiplicateur n'est pas le même : les nombres ne sont pas réellement en progression géométrique, mais on pourrait choisir pour la raison une valeur telle que 0,65…

3. On décide de modéliser la solubilité en fonction des températures à l'aide d'une suite géométrique (S_n), de premier terme $S_0 = 1{,}8$ et de raison $q = 0{,}65 + \dfrac{m}{100}$ où m est le numéro de votre mois de naissance (pour ceux nés en janvier : $q = 0{,}65 + \dfrac{1}{100} = 0{,}66$; pour ceux nés en octobre $q = 0{,}65 + \dfrac{10}{100} = 0{,}75\ldots$).

a) Calculer S_1, S_2 et S_3 (arrondir au centième).

mois	1	2	3	4	5	6
q	0,66	0,67	0,68	0,69	0,7	0,71
S_0	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
S_1	1,19	1,21	1,22	1,24	1,26	1,28
S_2	0,79	0,81	0,83	0,86	0,88	0,91
S_3	0,52	0,54	0,56	0,59	0,62	0,65

mois	7	8	9	10	11	12
q	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,77
S_0	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
S_1	1,3	1,31	1,33	1,35	1,37	1,39
S_2	0,94	0,96	0,98	1,01	1,04	1,07
S_3	0,68	0,7	0,73	0,76	0,79	0,82

b) Exprimer S_n en fonction de n.

Définition d'une suite géométrique : $S_n = S_0 \times q^n$

avec $S_0 = 1{,}8$ et $q = 0{,}65 + \dfrac{m}{100}$

donc $S_n = 1{,}8 \times \left(0{,}65 + \dfrac{m}{100}\right)^n$

c) Pour n de 0 à 3, placer les points (t_n, S_n) sur le graphique.

d) Donner en justifiant la limite de (S_n) quand n tends vers $+\infty$.
La suite (S_n) est une suite géométrique de raison 0,7, donc comprise entre 0 et 1 : la limite de la suite quand n tends vers $+\infty$ est donc 0.

Exercice 2 — *6 points*

D'après une idée de Catherine Gilles sur les conseils éclairés de Karine Lauga.

Le lait est la matière première utilisée dans la fabrication du fromage. Un lait cru dont la population microbienne dépasse les normes autorisées, n'est ni pasteurisable, ni utilisable dans la chaîne de production.

Le jour de la traite, un technicien de laboratoire du contrôle de qualité est chargé de réaliser un contrôle qualité microbiologique d'un échantillon de lait cru à l'aide d'un milieu solide.

Pour son contrôle de qualité il réalise sur le lait une série de dilutions en cascades. La dilution réalisée est une dilution de raison $\frac{1}{10}$, c'est à dire que chaque fois qu'une dilution est réalisée, on a dilué 10 fois. Ainsi pour la suspension initiale non diluée (10^0), une première dilution conduit à obtenir une suspension à 10^{-1}. À l'issue de la série de dilutions, le nombre nombre d'unités formant la colonie par millilitre (*ufc/ml*) doit être inférieur à 90 000.

1. Si on part d'une concentration de $j \times 10^8$ ufc/ml (avec j le numéro de votre jour de naissance), quelle est la concentration au bout de 3 dilutions ?
   On divise par 10 à chaque dilution...

2. On note C_n la concentration dans le $(n-1)^e$ tube. Pour le premier tube (on a donc $n = 1$) $C_0 = 1$.

   Donner, en justifiant, les valeurs de C_1 et C_2.
   On divise par 10 à chaque dilution : $C_1 = 0{,}1$ et $C_2 = 0{,}01$

3. Donner une expression de C_{n+1} en fonction de C_n.

   Donner, en justifiant, la limite de la suite (C_n) quand n tend vers $+\infty$.
   La suite (C_n) est géométrique de raison 0,1 et de premier terme $C_0 = 1$, donc $C_n = 1 \times 0{,}1^n$
   La raison est comprise entre 0 et 1, donc $\lim\limits_{n\to+\infty} C_n = 0$.

4. Un technicien débutant ne sait plus le nombre de dilutions qu'il faut faire pour réaliser ce test !

   Il prend un échantillon de lait qu'il sait satisfaisant et dont la concentration microbienne initiale étiquetée est $7 \times m \times 10^8$ (où m est le numéro de votre mois de naissance : pour ceux nés en septembre, $m = 9$ et donc la concentration étiquetée est $7 \times 9 \times 10^8 = 63 \times 10^8$) et il réalise des dilutions jusqu'à obtenir une concentration strictement inférieure à 90 000 ufc/ml.

   Combien de dilutions fera-t-il ? Expliquer votre démarche.

   Plusieurs méthodes sont possible : essai-erreur, calcul de tous les termes de la suite, utilisation de l'algorithme vu en classe...

   On trouve

mois	janv. - fev. - mars - avr.	mai à décembre
n	4	5

Exercice 3 — *5 points*

Une population de bactéries augmente de 25 % toutes les heures. Le technicien débutant de l'exercice précédent affirme qu'il faudra moins de 4 heures pour que le nombre de bactéries initial ait doublé.

Que penser de cette affirmation ? Jusitifier.

Augmenter de 25 % revient à multiplier par $\left(1 + \dfrac{25}{100}\right) = 1{,}25$.

En 4 heures, la population initiale est multipliée par $1{,}25^4 \approx 2{,}44$, donc la population aura plus que doublée en 4 heures.