

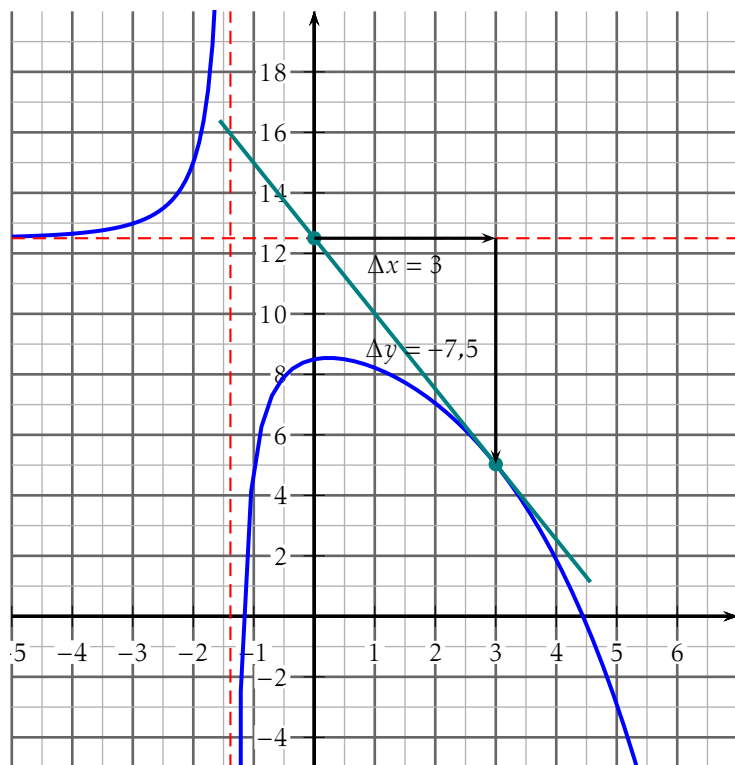
bilan des compétences			9
REP	3	Représenter : Choisir un cadre...	3
CAL	3	Calculer : Effectuer un calcul...	5
bilan des connaissances			12
FCTo1	4	Limite : à déterminer pour une...	2,5
FCTo2	1	Limite : interprétation graphi...	1
FCTo3	1	Dérivées : u^n ; $\ln(u)$; $\exp(u...$	1
FCTo8	5	Exponentielle : connaître la f...	5
ANT	2	Connaissances des années antér...	2,5

correction		
FCTo2	1.1 tracer asymptotes	1
REP	équations	1
ANT	1.2 tracer tangente	1,5
REP	1.3 lire nombre dérivé : méthode	1
CAL	nombre dérivé : valeur exacte	0,5
REP	1.4 lire dérivée positive	1
total		6
FCTo8	2. lim en -inf : limite $\exp(-x)$	1
FCTo1	limite inverse	0,5
CAL	limite : valeur correcte	0,5
FCTo8	lim en +inf : limite $\exp(-x)$	1
FCTo1	limite inverse	0,5
CAL	limite : valeur correcte	0,5
FCTo1	lim en 0 : x^2	1
FCTo1	limite somme	0,5
CAL	limite : valeur correcte	0,5
total		6
FCTo8	3.1 lim en +inf $\exp(a*t)$	1
CAL	limite : valeur correcte	1
FCTo3	3.2.a dérivée de $\exp(u(t))$	1
CAL	dérivée de $f(t)$	1
FCTo8	3.2.b signe de \exp	1
CAL	signe de $f'(t)$	1
ANT	variations de f	1
FCTo8	3.3 résoudre eq expo	1
total		8

Exercice 1 —

6 points

Dans cet exercice, répondre aux questions à l'aide d'une lecture graphique, avec la précision permise par celui-ci. Faire apparaître les « pointillés de lecture » nécessaires.



- Tracer les éventuelles asymptotes et donner leurs équations.
une asymptote « horizontale » en $-\infty$ d'équation $y = 12,5$ et une asymptote « verticale » en $(-1,4)$ d'équation $x = -1,4$.
- tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.
- lire $f'(3)$
On lit : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7,5}{3} = 2,5$
donc $f'(3) = 2,5$
- préciser le(s) intervalle(s) sur le(s) quel(s) la dérivée est négative.
La fonction est décroissante sur $[0,25; +\infty[$, donc la dérivée est négative sur cet intervalle.

Exercice 2 —

6 points

Déterminer en détaillant raisonnablement les calculs, les limites suivantes (remplacer m par le n° de votre mois de naissance).

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m}{0,02 + e^{-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m}{0,02 + e^{-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m \times x}{e^x}$$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m}{0,02 + e^{-x}}$ <ul style="list-style-type: none"> • $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty$ • $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$ • $\lim_{x \rightarrow -\infty} 0,02 + e^{-x} = +\infty$ • $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{0,02 + e^{-x}} = 0$ • $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m}{0,02 + e^{-x}} = 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} 0,02 + e^{-x} = 0,02$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{0,02 + e^{-x}} = 50$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m}{0,02 + e^{-x}} = 50m$ 	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m \times x}{e^x}$ <ul style="list-style-type: none"> • « en l'infini, l'exponentielle l'emporte sur les puissances de x », donc • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} m \times \frac{x}{e^x} = 0$
--	---	--

Exercice 3 —

8 points

D'après Antilles-Guyane, juin 2016, exercice 3

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(t) = -65e^{-0,06t} + 85$.

On appelle (\mathcal{C}) la courbe représentative de la fonction f .

1. Calculer la limite de f en $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe représentative (\mathcal{C}) ?

On cherche $\lim_{t \rightarrow +\infty} -65e^{-0,06t} + 85$

- $\lim_{t \rightarrow +\infty} -0,06t = -\infty$
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,06t} = 0$
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} -65e^{-0,06t} = 0$
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} -65e^{-0,06t} + 85 = 85$

La droite d'équation $y = 85$ est asymptote à (\mathcal{C}) en $+\infty$.

2. a) Déterminer la fonction dérivée f' de f .

$$f(t) = -65e^{-0,06t} + 85$$

posons $u(t) = e^{-0,06t}$, donc $u'(t) = -0,06e^{-0,06t}$

$$\text{d'où } f'(t) = -65 \times (-0,06)e^{-0,06t} = 3,9e^{-0,06t}$$

- b) Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f .

on sait que pour $t \in \mathbb{R}, e^{-0,06t} > 0$, donc $f'(t) > 0$; la fonction f est croissante sur $[0; +\infty[$

3. Résoudre par le calcul l'équation $f(t) = 20$.

On cherche t tel que $f(t) = 20$

$$\Leftrightarrow -65e^{-0,06t} + 85 = 20$$

$$\Leftrightarrow -65e^{-0,06t} = -65$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,06t} = 1$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,06t} = e^0$$

$$\Leftrightarrow t = 0$$