		bilan des compétences	11
CHR	2	Chercher : Analyser un problèm...	2
MOD	1	Modéliser : Traduire en langag...	1
REP	4	Représenter : Choisir un cadre...	4
CAL	4	Calculer : Effectuer un calcul...	4
RAI	0	Raisonner : Utiliser les notio...	0
COM	0	Communiquer : Opérer la conver...	0
		bilan des connaissances	9
FCT01	1	Limite : à déterminer pour une...	0,5
FCT02	1	Limite : interprétation graphi...	1
FCT03	1	Dérivées : u^n ; ln(u) ; exp(u...	1
FCT06	3	Logarithme / exponentielle : u...	5,5
FCT08	1	Exponentielle : connaître la f...	1

correction		20
CAL	A.1 calculer ln de valeurs	1,5
CAL	arrondis corrects	0,5
REP	A.2 placer les points dans le repère	2
CHR	A.3 tracer droite au jugé	0,5
CHR	déterminer equation dte : méthode	1,5
MOD	equation cohérente	1
REP	A.4 lire antécédents + pointillés	1
FCT06	retrouver concentration	2
FCT06	B.1 Justifier c(t) - calcul ln / exp	2
FCT08	B.2 limite exp	1
FCT01	limite c(t)	0,5
FCT02	interprétation -> asymptote	1
FCT03	B.3 dérivée expo	1
CAL	dérivée c(t)	1
CAL	justifier signe dérivée	1
REP	variations c	0,5
REP	B.4.a lire sol inéquation	0,5
FCT06	B.4.b inéquation avec ln	1,5

C04

Médicament

Polynésie, juin 2015, exercice 2

On injecte dans le sang d'un malade un médicament à l'aide d'une perfusion. L'efficacité de ce médicament est optimale lorsque le débit de la perfusion est stable et que la concentration du produit ne dépasse pas 2 μg50 par cm^3, seuil au-delà duquel des effets indésirables et toxiques apparaissent.

On relève l'évolution de la concentration de ce médicament et on obtient les résultats suivants :

Temps t_i en minutes	0	2	4	6	10	12	15
Concentration c_i en μ g par cm^3	0	64	94	130	195	220	230

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

Partie A –

10 points

On pose : $y_i = \ln(250 - c_i)$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. Compléter le tableau suivant :

Temps t_i en minutes	0	2	4	6	10	12	15
$y_i = \ln(250 - c_i)$							

Temps t_i en minutes	0	2	4	6	10	12	15
$y_i = \ln(250 - c_i)$	2,52	2,22	5,05	4,79	4,01	3,40	3,00

2. Dans le repère représenter le nuage de points M_i $(t_i\,;y_i)$ définis par le tableau précédent.

3. Ajuster ce nuage par une droite (à tracer au jugé) et déterminer son équation à l'aide d'une lecture graphique (expliquer la démarche).

justification possible : La droite passe par les points A et B, son équation est de la forme $y = m(t - t_A) + y_A$ avec $m = \dfrac{y_B - y_A}{t_B - t_A}$

4. À l'aide d'une lecture, en laissant apparent les « pointillés de lecture », déterminer la *concentration* pour $t = 8$ et à $t = 18$.

« pointillés de lecture » puis cohérence des lectures

pour $t = 8$, on lit $y = 4{,}1 = \ln(250 - c)$,

donc $e^{4{,}1} = e^{\ln(250-c)}$

$\Leftrightarrow 60{,}34 = 250 - c$

$\Leftrightarrow c = 250 - 60{,}34 = 189{,}66$

pour $t = 18$, on lit $y = 2{,}25 = \ln(250 - c)$,

donc $e^{2{,}25} = e^{\ln(250-c)}$

$\Leftrightarrow 9{,}49 = 250 - c$

$\Leftrightarrow c = 250 - 9{,}49 = 240{,}51$

Partie B –

10 points

1. On suppose que la droite d'équation $y = -0{,}17t + 5{,}65$ est un bon ajustement du nuage de points précédents sur $[0\,;+\infty[$.

En détaillant les calculs, montrer que sur $[0\,;+\infty[$, la concentration en fonction du temps est donnée par $c(t) = 250 - 284{,}29\,e^{-0{,}17t}$.

D'après la première partie $y = \ln(250 - c(t))$,

donc $\ln(250 - c(t)) = -0{,}17t + 5{,}65$

$\Leftrightarrow e^{\ln(250-c(t))} = e^{-0{,}17t+5{,}65}$

$\Leftrightarrow 250 - c(t) = e^{-0{,}17t} \times e^{5{,}65}$

$\Leftrightarrow -c(t) = e^{-0{,}17t} \times 284{,}29 - 250$

$\Leftrightarrow c(t) = 250 - 284{,}29 \times e^{-0{,}17t}$

Le graphique représente la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction c.

2. Déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction c et interpréter graphiquement le résultat.

$\lim\limits_{t\to+\infty} -0{,}17t = -\infty$ donc $\lim\limits_{t\to+\infty} e^{-0{,}17t} = 0$

donc $\lim\limits_{t\to+\infty} 250 - 284{,}29 \times e^{-0{,}17t} = 250$

le courbe $\mathcal{C}$ admet la droite d'équation $y = 250$ comme asymptote en $+\infty$.

3. Donner l'expression de la dérivée de c, en déduire son signe puis les variations de la fonction c.

$c(t) = 250 - 284{,}29\,\mathrm{e}^{-0{,}17t}$

donc $c'(t) = 0 - 284{,}29 \times (-0{,}17)\,\mathrm{e}^{-0{,}17t} = 48{,}33\,\mathrm{e}^{-0{,}17t}$

Une exponentielle étant toujours positive et 48,33 aussi, on en déduit que $c'(t) > 0$ sur $[0\,;+\infty[$,

donc la fonction c est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.

4. a) Déterminer à l'aide d'une lecture graphique à quel moment la concentration dépassera les 180 µg par cm^3. Faire apparaître les « pointillés de lecture » .

   lecture graphique : à partir de 8,5 minutes.

   b) Retrouver ce résultat à l'aide d'un calcul.

   Aide : on cherche $t \in [0\,;+\infty[$ tel que $c(t) > 180$.

$c(t) > 180$

$\Leftrightarrow 250 - 284{,}29\,\mathrm{e}^{-0{,}17t} > 180$

$\Leftrightarrow -284{,}29\,\mathrm{e}^{-0{,}17t} > -70$

$\Leftrightarrow 284{,}29\,\mathrm{e}^{-0{,}17t} < 70$

$\Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}17t} < \dfrac{70}{284{,}29}$

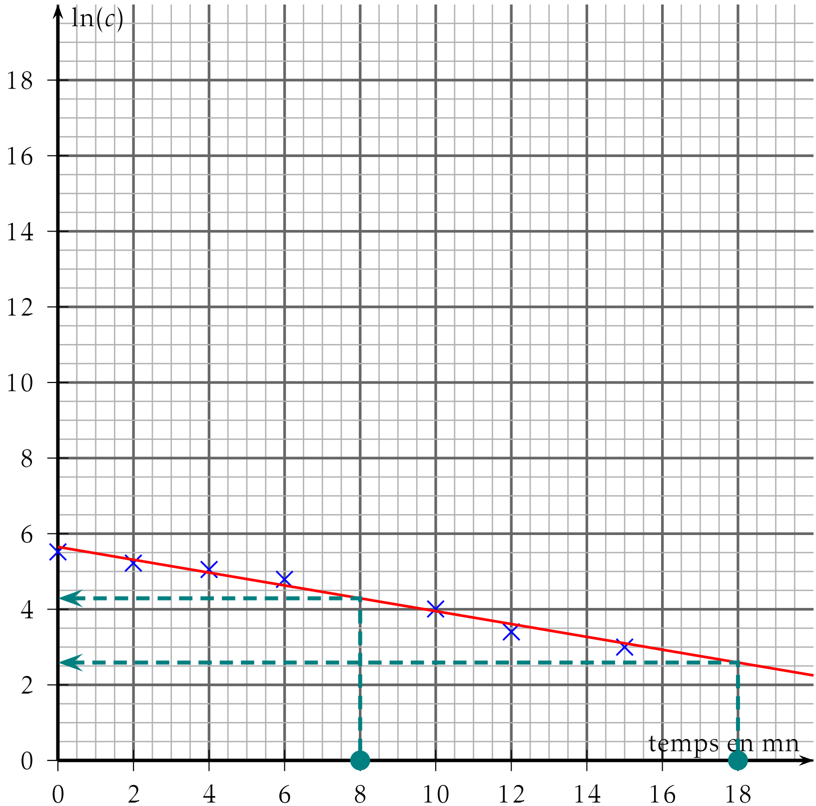
$\Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}17t} < 0{,}246$

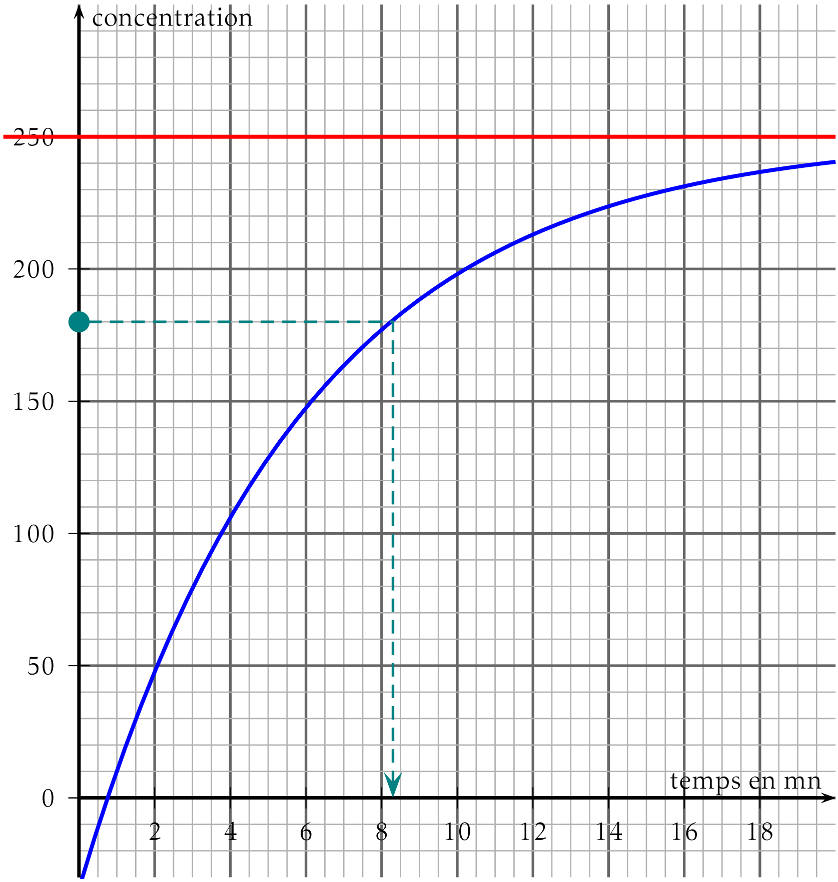
$\Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0{,}17t} < \mathrm{e}^{\ln(0{,}246)}$

$\Leftrightarrow -0{,}17t < \ln(0{,}246)$

$\Leftrightarrow t > \dfrac{\ln(0{,}246)}{-0{,}17}$

$\Leftrightarrow t > 8{,}25$


ln(c)
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
temps en mn
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18


concentration
250
200
150
100
50
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
temps en mn