

T3.c07 : suites - primitives			20
bilan des compétences			11,5
CHR	3	Chercher : Analyser un problèm...	5
MOD	5	Modéliser : Traduire en langag...	3
REP	0	Représenter : Choisir un cadre...	0
CAL	4	Calculer : Effectuer un calcul...	3,5
RAI	0	Raisonner : Utiliser les notio...	0
COM	0	Communiquer : Opérer la conver...	0
bilan des connaissances			8,5
FCTo4	2	Primitives : connaître les pri...	2,5
FCTo5	1	Primitives : connaître les pri...	1
SUIo1	2	Reconnaître / modéliser une su...	1,5
SUIo2	2	Connaître la somme des premièr...	2
SUIo4	1	Recherche de seuil...	1,5

Exercice 1 — Cours

6 points

m est le numéro de votre mois de naissance.

1. Soit $u_n = 1,54^n \times (3 + m)$.

a) Calculer $S = u_0 + u_1 + \dots + u_5$ (arrondir à l'unité).

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_5 = \frac{1 - 1,54^{5+1}}{1 - 1,54} \times (3 + m) = 22,85 \times (3 + m)$$

b) Calculer $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{50}$ (arrondir à l'unité).

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{50} = \frac{1 - 1,54^{50+1}}{1 - 1,54} \times (3 + m) = 6,78 \cdot 10^9 \times (3 + m)$$

2. Donner une primitive de : $f(x) = 3x^2 + 2x + m$ $g(x) = 5x^2 + mx + \frac{1}{x}$

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 + mx + 1 \\ \text{donc } F(x) &= x^3 + x^2 + mx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 5x^2 + mx + \frac{1}{x} \\ \text{donc } G(x) &= \frac{5}{3}x^3 + \frac{m}{2}x + \ln(x) \end{aligned}$$

Exercice 2 — Déchets

10 points

D'après Polynésie, juin 2016, exercice 3

En 2013, la production française de déchets d'équipements électriques et électroniques (déchet EEE) s'élève à 1,55 million de tonnes.

(Source : Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie)

1. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? On justifiera la réponse.

« En 2013, la production française de déchets EEE par seconde est de 49 kg, au kilogramme près. »

$$1 \text{ an} = 365,25 \text{ jours} = 365,25 \times 24 \text{ heures} = 365,25 \times 24 \times 3600 \text{ secondes}$$

$$\text{et } 1 \text{ tonne} = 10^3 \text{ kilos}$$

$$\text{d'où } \frac{1,55 \cdot 10^6 \times 10^3}{365,25 \times 24 \times 3600} \approx 49.$$

Donc l'affirmation est vraie.

On s'intéresse à la production française, exprimée en millions de tonnes, de déchets EEE par an à partir de 2013. On estime qu'à compter de l'année 2013, la production française de déchets EEE augmente de 3% par an. Ainsi, la situation peut être modélisée par une suite géométrique (u_n) , où pour tout entier naturel n , u_n est une estimation de la production française de déchets EEE (exprimée en millions de tonnes) en 2013 + n .

2. a) Préciser la raison et le premier terme de la suite (u_n) .

Augmenter de 3% revient à multiplier par $\left(1 + \frac{3}{100}\right)$, donc la raison de la suite est 1,03 et le premier terme est la production en millions de tonnes en 2013, soit $u_0 = 1,55$.

b) Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

(u_n) est une suite géométrique, donc $u_n = 1,03^n \times 1,55$

3. Calculer la production française de déchets EEE en 2020. Le résultat sera arrondi à 0,01 million de tonnes.

2020 = 2013 + 7, donc la production de 2020 est donnée par u_7 .

$$u_7 = 1,03^7 \times 1,55 \approx 1,906.$$

4. En quelle année la production française de déchets EEE dépassera-t-elle 2 millions de tonnes ? Justifier la réponse.

On cherche n tel que $u_n > 2$.

$$u_n > 2 \Leftrightarrow 1,03^n \times 1,55 > 2$$

$$\Leftrightarrow 1,03^n > \frac{2}{1,55}$$

$$\Leftrightarrow 1,03^n > 1,29$$

$$\Leftrightarrow n \ln(1,03) > \ln(1,29)$$

$$\Leftrightarrow n \times 0,0296 > 0,255$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{0,255}{0,0296}$$

$$\Leftrightarrow n > 8,6$$

donc c'est en 2013 + 9 = 2022 que la production dépassera les 2 millions de tonnes.

5. Quelle sera la production *totale* de déchets en 2022 ? (Arrondir à la tonne près).

2022 = 2013 + 9, on cherche la production *totale*, c'est à dire $P = u_0 + u_1 + \dots + u_9 = \frac{1 - q^{9+1}}{1 - q} u_0$ avec $q = 1,03$ et $u_0 = 1,55$.

$$P = \frac{1 - 1,03^{10}}{1 - 1,03} \times 1,55 \approx 17,7.$$

Donc la production totale de déchets d'ici 2022 sera d'environ 18 tonnes.

6. On considère l'algorithme suivant :

```

u ← 1,55
S ← 1,55
Pour n allant de 1 à 5
    u ← 1,03 × u
    S ← S + u
Fin Pour

```

a) Indiquer dans le tableau les valeurs successives prises par les variables u et S lors du déroulement de l'algorithme (les résultats seront arrondis à 10^{-3}):

n	0	1	2	3	4	5
u	1,55	1,597				
S	1,55	3,147				

b) Quel résultat sera affiché à l'issue de cet algorithme ? Interpréter concrètement cette valeur en termes de production française de déchets EEE.

Exercice 3 — Primitive

4 points

Le graphique ci-contre donne deux courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 .

Ces deux courbes sont représentatives de deux fonctions définies sur $]0; +\infty[$: une fonction h et une de ses primitives H .

Question : indiquer, en justifiant votre réponse, laquelle des deux courbes \mathcal{C}_1 ou \mathcal{C}_2 est la courbe représentative de la fonction H .

