CALCUL LITTÉRAL

Complément au cours du livre : Déclic p. 65 et suivantes.

Les parties décorées sont à rendre pour le **mercredi 29 avril**.

1. Introduction

Le calcul *littéral* est le calcul avec des *lettres* à la place de certains nombres : cela permet de traiter des cas généraux.

Dans la vie courante de nombreux « tours de magie » utilisent le calcul littéral.

Dans la vie des scientifiques, cela permet d'être certain de trouver toutes les solutions à un problème sans avoir à traiter tous les cas possibles.

1.1 Tours de magies

1.1.1 Je te contrôle à distance

Effectue la succession d'opérations suivantes :

a) pense à un nombre
b) ajoute 2
c) multiplie par 2
d) ajoute 3
e) ôte le nombre auquel tu as pensé au départ
f) ajoute 5
g) ôte le nombre auquel tu as pensé au départ

Tu obtiens 12 ?

1. tester ce « tour de magie » deux fois de suite : écrire les calculs obtenus à chaque étape dans le tableau.
2. **Après avoir travaillé le cours :**
   - appeler x le nombre auquel tu penses, écrire les calculs effectués à chaque étape dans le tableau.
   - conclure.

	premier essai	deuxième essai	avec x
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			
f)			
g)			

1.1.2 Je devine ton âge et ta pointure !

a) multiplie ton âge par 10 et ajoute 7 au résultat
b) multiplie le nombre obtenu par 5
c) multiplie ce résultat par 2 puis ajoute ta pointure.
d) soustrait 70
e) annonce le nombre obtenu.

1. tester ce « tour de magie » deux fois de suite (pour le deuxième essai, prend l'âge et la pointure d'un membre de ta famille) : écrire les calculs obtenus à chaque étape dans le tableau.
2. **Après avoir travaillé le cours :**
   - appeler a l'âge et p la pointure, écrire les calculs effectués à chaque étape dans le tableau.
   - expliquer comment le magicien peut alors donner ton âge et ta pointure.

	toi	autre personne	avec a et p
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			

Remarque : pour le rendre « plus magique » ne pas demander d'enlever 70, c'est le magicien qui effectue ce calcul.

1.1.3 3 dés

a) lance trois dés cubiques classiques : observe les nombres obtenus.
b) calcule le double du nombre obtenu avec le premier dé et ajoute 5 au résultat
c) multiplie ce résultat par 5
d) ajoute le nombre obtenu par le deuxième dé au résultat précédent puis multiplie cette somme par 10
e) ajoute le nombre obtenu par le troisième dé à ce résultat
f) annonce le nombre obtenu.

1. tester ce « tour de magie » deux fois de suite écrire les calculs obtenus à chaque étape dans le tableau.
2. **Après avoir travaillé le cours :**
   - appeler a, b et c les nombres obtenus, écrire les calculs effectués à chaque étape dans le tableau.
   - expliquer comment le magicien va réussir à trouver facilement la valeur de chacune des faces.

	premier essais	deuxième essai	avec a, b et c
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			
f)			

1.1.4 2 carrés

a) choisis un nombre
b) ajoute 5 et élève la somme obtenue au carré, on appelle A ce carré.
c) enlève 5 au nombre de départ et élève cette différence au carré, on appelle B ce carré.
d) annonce la différence de A et B.

1. tester ce « tour de magie » deux fois de suite écrire les calculs obtenus à chaque étape dans le tableau.
2. **Après avoir travaillé le cours :**
   - appeler x le nombre choisi, écrire les calculs effectués à chaque étape dans le tableau.
   - expliquer comment le magicien va pouvoir retrouver le nombre de départ.

	premier essais	deuxième essai	avec x
a)			
b)			
c)			
d)			

1.2 Calculs mathématiques

Les deux exercices de recherche de cette parties sont à faire **après** avoir travaillé le cours !

Ce sont des exercices de recherche : une première approche peut consister à travailler par « essais-erreurs ».

1.2.1 Avec des carrés

qu'est-ce qu'un entier relatif ?

1. Existe-t-il trois entiers relatifs consécutifs dont la somme des carrés est 4 802 ? Si oui, lesquels ?
2. Existe-t-il trois entiers relatifs consécutifs dont la somme des carrés est 8 749 ? Si oui, lesquels ?
3. Existe-t-il trois entiers relatifs consécutifs dont la somme des carrés est 17 789 ? Si oui, lesquels ?

1.2.2 Avec des cubes

1. Calculer les nombres suivants (vous pouvez utiliser une calculatrice) :

$$A = \frac{1^3+2^3+3^3}{3\times 2} - 2 \qquad C = \frac{3^3+4^3+5^3}{3\times 4} - 2$$

$$B = \frac{2^3+3^3+4^3}{3\times 3} - 2 \qquad D = \frac{4^3+5^3+6^3}{3\times 5} - 2$$

2. Que remarquez vous ? Est-ce une coïncidence ?

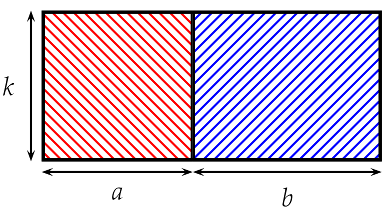
2. Manipulations algébriques

2.1 Différentes formes d'une expression algébrique

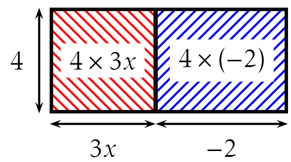
À retenir
Une expression peut s'écrire sous différentes formes ; deux sont très utilisées :
- la forme développée : chaque composant est additionné ou soustrait au suivant.
- la forme factorisée : chaque composant est multiplié ou divisé au suivant.

2.2 Formules de distributivité

Nous avions déjà vu qu'on pouvait représenter les formules à l'aide de rectangles :



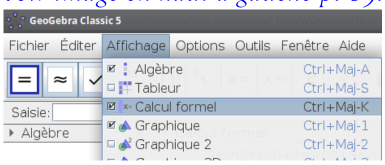
La surface du grand rectangle peut se calculer :
- avec la formule longueur × largeur : $k\times(a+b)$
- ou comme la somme de celle du rectangle rouge : $k\times a$ et du rectangle bleu : $k\times b$
- donc $k(a+b) = k\times a + k\times b$



la figure permet de visualiser avec des nombres négatifs ! (Il suffit d'oublier que le nombre représente une longueur.)
$4\times(3x-2) = 12x-8$

Exercices ► ①

① exercices
Aide : pour vérifier vos calcul, GeoGebra a un module Calcul formel *voir image en haut à gauche p. 69.*



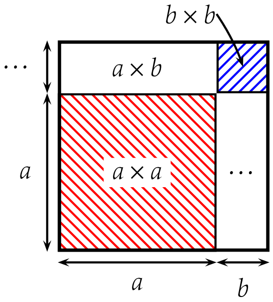
► *p 69 nº 1 : corrigé dans le livre*
► *p 69 nº 2 : vérifier avec GeoGebra*
► *p 81 nº 64 : corrigé dans livre*

2.3 Identités remarquables

La connaissance de ces formules permet de factoriser rapidement certaines expressions.

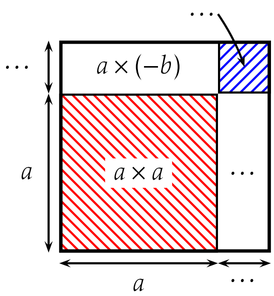
« Identité » signifie « égalité qui est toujours vraie ».

Compléter les représentations visuelles de chaque identité remarquables.



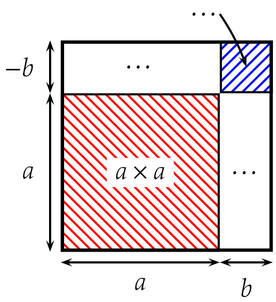
- formule côté$^2 = (a+b)^2$
- somme des aires : $a^2 + b^2 + a \times b + \dots$

donc $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



- formule côté$^2 = (a-b)^2$
- somme des aires : $a^2 + \dots + a \times (-b) + \dots$

donc $(a-b)^2 = \dots$



- formule longueur $\times$ largeur= $(a+b) \times \dots$
- somme des aires : $a^2 + \dots$

donc $(a+b)\dots$

Exercices ▶ ②

② exercices

Vérifier les résultats à l'aide de GeoGebra

▶ *p 69 nº 3 : développer identités remarquables*

▶ *p 69 nº 7 : factoriser identités remarquables*

développer $A = (x+1)^3$. *Aide :* $(x+1)^3 = (x+1)(x+1)^2$

développer $B = (x-1)^3$.

2.4 Calculs algébriques avec des quotients

3. Comparaison de deux quantités

Important

Pour comparer deux nombres A et B, c'est déterminer quel est le plus grand des deux. Pour cela on étudie souvent le signe de leur différence.

Si la différence $B - A$ est positive cela signifie que B est plus grand que A, sinon c'est A qui est plus grand que B.

En maths : $B - A > 0 \Leftrightarrow B > A$

Exercices ▶ ③

③ exercices

▶ *p 80 nº 56 : Aide : les expressions sont égales si on peut les écrire de la même façon.*

4. Résolution algébrique d'équations

Au chapitre précédent, vous avez résolu *graphiquement* des équations en lisant les solutions sur un graphique.

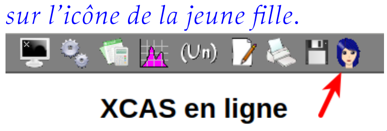
4.1 Équations équivalentes et opérations

Exercices ▶ ④

- **Résoudre** une équation d'inconnue x, c'est trouver **toutes** les valeurs de x qui **vérifient** (c'est à dire « rendent vraie ») l'égalité.
- Pour transformer une équation il faut appliquer la **même** opération à chaque membre de l'égalité. On utilise souvent le visuel de la balance à plateau : il faut qu'elle reste équilibrée.

④ exercices

Sur le site www.xcasenligne.fr*, cliquer sur l'icône de la jeune fille.*



puis menus `collège > équation balance`

Résoudre les équations proposées.

Ensuite menu `collège > équations pas à pas`

4.2 Application : équations du premier degré

Une équation du **premier degré** est une équation qui après manipulations est de la forme $mx + p = 0$ (avec m et p des réels quelconques).

4.3 Équations se ramenant au premier degré

Très souvent on factorise une expression afin d'appliquer la règle du produit nul.
En effet le résultat d'une multiplication est zéro si un des facteurs (nombre qui est multiplié) est égal à zéro.

Exercices ► ⑤

Un piège classique :

Résoudre $3x^2 = 432$ avec $x \in \mathbb{R}$.

copie d'Arnufle

$3x^2 = 432$
$\Leftrightarrow x^2 = \frac{432}{3}$
$\Leftrightarrow x^2 = 144$
$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{144}$
$\Leftrightarrow x = 12$
l'équation admet une unique solution : 12

NON ! raisonnement !!

copie de Barnabé

$3x^2 = 432$
$\Leftrightarrow x^2 = \frac{432}{3}$
$\Leftrightarrow x^2 = 144$
$\Leftrightarrow x^2 - 144 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 12^2 = 0$
$\Leftrightarrow (x-12)(x+12) = 0$
Un produit est nul si un des facteurs est nul, donc $x = 12$ ou $x = -12$;
l'équation admet deux solutions -12 et 12.

TBien !!

⑤ exercices

- ► *p 81 nº 73 : corrigé dans le livre ; remarquer que les expressions sont de la forme* $A^2 - B^2$
- ► *p 81 nº 74 : vérifier à l'aide de GeoGebra en tapant* **Résoudre((2x+3)(x-2)+2(x-2)=0)** *dans une ligne de la fenêtre de calcul formel.*
- ► *p 87 nº 128*
- ► *p 87 nº 129*