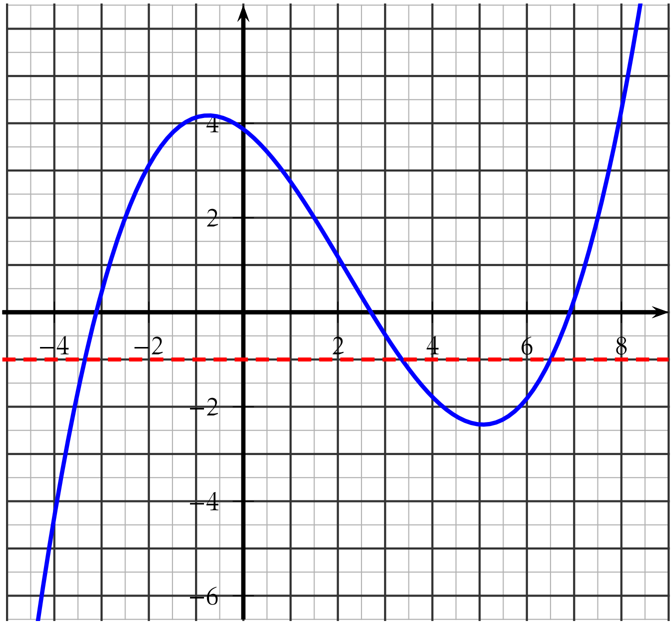
C02

NOM ....- Mois de naissance ....

Comme d'habitude, dès que vous voyez m, remplacer-le *immédiatement* par le numéro de votre mois de naissance ! (Soin - Rédaction : 1 point.)

Exercice 1 — Fonction et courbe représentative *7,5 points*

Voici la courbe représentative d'une fonction définie sur $]-\infty\,;+\infty[$.



Partie A – Lectures graphique

Dans cette partie, répondre aux questions avec la précision permise par le graphique. Dessiner les « pointillés de lecture ».

1. Lire l'image de 0 et celle de $(m-4{,}5)$.

0 a pour image 4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
−3,5	−2,5	−1,5	−0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
−1,5	2	3,7	4,2	3,4	2	0,3	−1,2	−2,2	−2,2	−1	2

2. Donner un antécédent de 0 et de $(m-6{,}5)$.

0 a pour antécédent $-3{,}1$; 2,7 et 7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-5{,}5$	$-4{,}5$	$-3{,}5$	$-2{,}5$	$-1{,}5$	$-0{,}5$	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
$-4{,}2$	-4	$-3{,}8$	$-3{,}6$	$-3{,}5$	$-3{,}2$	-3	$-2{,}7$	$-2{,}2$	$-1{,}4$	8	8,1
				3,7	3	2,5	1,8	1,2	0,5		
				6,2	6,7	7,1	7,4	7,6	7,8		

3. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $f(x) \geqslant -1$?

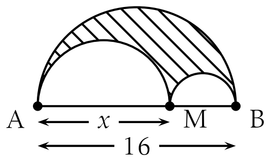
$f(x) \geqslant -1 \Leftrightarrow x \in [-3{,}4\,;3{,}4] \cup [6{,}5\,;+\infty[$.

4. Lire le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $\left[-4\,;\dfrac{m}{2}\right]$

pour tous, la valeur du minimum est -4 et la valeur du maximum est 4,2.

Partie B – Fonctions

La figure est composé du demi-cercle de diamètre [AB] avec AB = 16. Le point M appartient au segment [AB] ; les deux autres demi-cercles ont pour diamètre [AM] et [MB].



1. Donner la formule permettant de calculer l'aire $\mathscr{A}$ d'un demi-disque en fonction du diamètre d.

$\mathscr{A} = \dfrac{1}{2}\pi\left(\dfrac{d}{2}\right)^2$

2. Développer l'expression $B = (16-x)^2$.

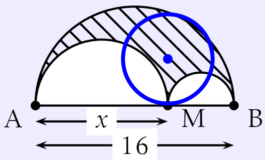
$$\begin{aligned} B &= (16-x)^2 \\ &= (16-x)(16-x) \\ &= 16\times16 - 16\times x - x\times16 + x^2 \\ &= 256 - 32x + x^2 \end{aligned}$$

3. Exprimer l'aire hachurée en fonction de x.

L'aire hachurée $\mathscr{A}$ est celle du demi-disque de diamètre [AB] moins celle des demi-disques de diamètres [AM] et [MB].

$$\begin{aligned}
\mathscr{A} &= \frac{1}{2}\pi\left(\frac{16}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{16-x}{2}\right)^2 \\
&= \frac{\pi}{2}\left(\frac{256}{4} - \frac{x^2}{4} - \frac{256-32x+x^2}{4}\right) \\
&= \frac{\pi}{2} \times \frac{32x-2x^2}{4} \\
&= \frac{\pi}{4}(16x-x^2) = \frac{\pi}{4}x(16-x)
\end{aligned}$$

Faire remarquer une relation avec la figure suivante :



Exercice 2 — Inégalités

5,5 points

1. Résoudre et donner l'intervalle solution : $4 < 3x+7 < 5m$

$$\begin{aligned}
& 4 < 3x+7 < 5m \\
\Leftrightarrow & 4-7 < 3x < 5m-7 \\
\Leftrightarrow & -3 < 3x < 5m-7 \\
\Leftrightarrow & \frac{-3}{3} < x < \frac{5m-7}{3} \\
\Leftrightarrow & -1 < x < \frac{5m-7}{3}
\end{aligned}$$

donc $x \in \left]-1\,;\frac{5m-7}{3}\right[$

2. Répondre par « Vrai » ou « Faux » en argumentant.
   a) Si $4 < x < 8$, alors $8 < x^2 < 70$.
   b) Si $-4 < y < 8$, alors $16 < y^2 < 64$.

Si $4 < x < 8$ alors $4^2 < x^2 < 8^2$; c'est à dire $16 < x^2 < 64$; donc $x \in]16;64[$, or $]16;64[\subset]8;70[$, donc VRAI.

Si $-4 < y < 8$, alors $16 < y^2 < 64$ est FAUX ; en effet on peut avoir $y = -1$, donc $y^2 = 1$; or $1 \notin]16;64[$...

Exercice 3 — Racines carrées

6 points

1. Soit $A = \dfrac{3}{m+\sqrt{7}}$.

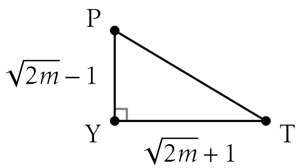
a) Donner la valeur exacte de A obtenue à l'aide de la calculatrice, puis la valeur approchée arrondie au centième.

Calculatrice :

b) Retrouver cette valeur en détaillant les calculs (aide : penser à multiplier par $m-\sqrt{7}$).

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{m+\sqrt{7}} \\ &= \frac{3(m-\sqrt{7})}{(m+\sqrt{7})(m-\sqrt{7})} \\ &= \frac{3m-3\sqrt{7}}{m^2-7} \end{aligned}$$

2. Le triangle PYT est rectangle en Y



a) Donner la valeur exacte de TP à l'aide de la calculatrice.

b) Retrouver cette valeur en détaillant les calculs.

$$\begin{aligned} TP^2 &= YT^2 + YP^2 \\ &= (\sqrt{2m}+1)^2 + (\sqrt{2m}-1)^2 \\ &= (\sqrt{2m})^2 + 2\sqrt{2m} + 1 + (\sqrt{2m})^2 - 2\sqrt{2m} + 1 \\ &= 2m + 1 + 2m + 1 \\ &= 4m + 2 \end{aligned}$$

donc $TP = \sqrt{4m+2}$

c) Quelle est la nature du nombre obtenu ?

pour tous, TP est un réel.