

(21 points, mais note sur 20).

Exercice 1 — Intervalle image

8 points

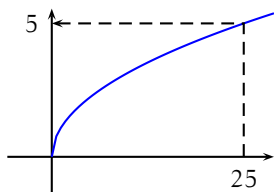
Remplacer j par votre les numéros de votre jour de naissance ; puis donner les images des intervalles (justifier à l'aide d'un graphique en coloriant les éléments qui permettent de comprendre votre démarche).

$$f : x \mapsto \sqrt{x}, \text{ image de } [0; 25]$$

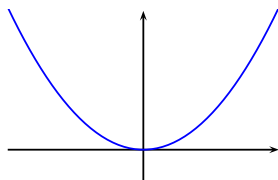
$$g : x \mapsto \frac{1}{x}, \text{ image de }]0; j]$$

$$h : x \mapsto x^2, \text{ image de } [-14; j[$$

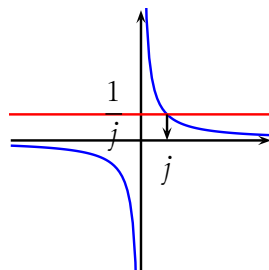
$$k : x \mapsto x^3, \text{ image de }]-\infty; j[$$



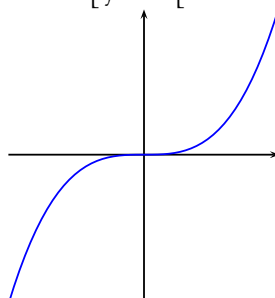
donc $x \in [0; 5]$



donc si $j \leq 14$, alors $x \in [0; 196]$, sinon $x \in [0; j^2[$



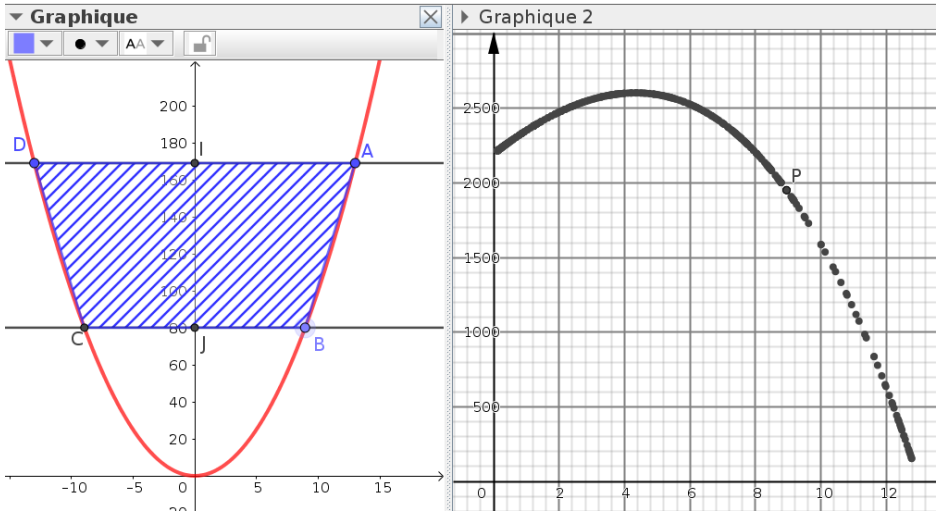
donc $x \in \left[\frac{1}{j}; +\infty \right[$



donc $x \in]-\infty; j^3[$

Exercice 2 — Trapèze

4 points



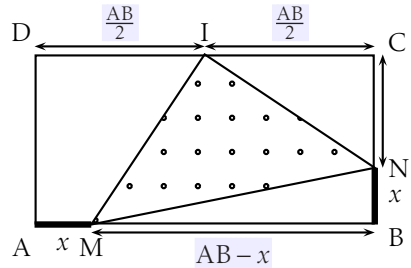
La parabole est la courbe représentative de la fonction $y = x^2$. L'abscisse du point A est 13 et le point D a la même ordonnée que le point A. Le point B est sur l'arc de parabole allant de l'origine du repère au point A.

1. Donner les coordonnées du point A et celles du point B.
 $A(13; 13^2) = (13; 169)$ et $B(x_B; x_B^2)$
2. Déterminer l'intervalle auquel appartient x_B , l'abscisse du point B.
 $x_B \in [0; 13]$
3. Le point P (graphique 2) a pour coordonnées $(x_B; \mathcal{A})$ avec \mathcal{A} l'aire du trapèze ABCD. À l'aide d'une lecture graphique (en dessinant les « pointillés de lecture »),
 - a) déterminer l'abscisse de B telle que l'aire \mathcal{A} soit maximale et préciser alors la valeur de \mathcal{A} .
 On lit l'aire maximale environ 2 600 pour $x_B \approx 4,2$
 - b) l'aire \mathcal{A} peut-elle être égale à 2 200 ? Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de x_B , sinon expliquer pourquoi.
 Oui, pour $x_B = 0$ et pour $x_B \approx 8$

Exercice 3 — Triangle tournant

9 points

mois de naissance	AB	AD
janv. - fév. - mars - avr.	10	7
mai - juin - juil. - août	12	10
sept. - oct. - nov. - dec.	14	13



1. Compléter la figure avec les données correspondant à votre mois de naissance, sachant que ABCD est un rectangle, I est le milieu de [DC] et M est un point mobile sur [AB].
2. Préciser l'ensemble des valeurs possibles pour x , puis donner l'expression simplifiée de l'aire du triangle MIN en fonction de x .

Rappel : aire du trapèze = $\frac{(\text{petite base} + \text{grande base}) \times \text{hauteur}}{2}$

D'après la figure $x \in [0; AD]$

Par soustraction des aires : $\mathcal{A}_{\text{MIN}} = \mathcal{A}_{\text{ABCD}} - \mathcal{A}_{\text{AMID}} - \mathcal{A}_{\text{MBN}} - \mathcal{A}_{\text{NICI}}$

$$\begin{aligned}
 &= AB \times AD - \frac{(AM + ID) \times AD}{2} - \frac{(AB - x)x}{2} - \frac{(AD - x) \times \frac{AB}{2}}{2} = \frac{1}{2}x^2 - \\
 &\left(\frac{AD}{2} + \frac{AB}{4}\right)x + \frac{AB \times AD}{2}
 \end{aligned}$$

3. Vérifier que l'aire de MIN peut s'écrire sous la forme :

mois de naissance	aire de MIN
janv. - fév. - mars - avr.	$\frac{1}{2}(x - 6)^2 + 17$
mai - juin - juil. - août	$\frac{1}{2}(x - 8)^2 + 28$
sept. - oct. - nov. - dec.	$\frac{1}{2}(x - 10)^2 + 41$

4. En déduire la valeur de x qui minimise l'aire de MIN et donner la valeur de cette aire.

L'aire de MIN est la somme d'un carré et d'un nombre positif ; elle est minimum quand le carré est nul.

mois de naissance	AB	AD	aire min
janv. - fév. - mars - avr.	10	7	17
mai - juin - juil. - août	12	10	28
sept. - oct. - nov. - dec.	14	13	41