

\_\_\_\_oO° Bac Blanc - TSTMG °Oo\_\_\_\_

Sujet à rendre avec la copie

Numéro d'anonymat : .....

Le sujet comporte **4** pages.

Seule l'annexe est à rendre avec la copie.

Les calculs doivent être détaillés. Les calculatrices sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur, **mais les échanges sont interdits!**

Les exercices sont indépendants. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

**Exercice 1 —**

6 points

D'après Polynésie, sept. 2017, exercice 2 - source : APMEP

Le maire d'une ville a mis en place une politique pour réduire les incivilités sur les voies publiques de sa commune. Un bilan a été établi pour comptabiliser le nombre d'incivilités durant les six dernières années et ces données sont résumées dans le tableau suivant :

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année $x_i$	0	1	2	3	4	5
Nombre d'incivilités $y_i$	857	810	720	604	375	273

1. Le maire annonce à ses concitoyens que sa politique de lutte contre les incivilités a permis de réduire leur nombre de plus de 60% entre 2011 et 2015.

A-t-il raison ? Justifier votre réponse.

$$\text{incivilités en 2011 : } 857, \text{ réduction de } 60\% : \left(1 - \frac{60}{100}\right) \times 857 = 342,8$$

incivilités constatés en 2015 : 375

Donc le nombre d'incivilités a été réduit de moins de 60%.

2. Question non posée au bac Placer les points de coordonnées  $(x_i ; y_i)$  dans le repère.

3. Question non posée au bac À l'aide de la calculatrice, calculer les coordonnées du point moyen de ce nuage (arrondir au dixième). Placer ce point dans le repère.

$$\bar{x} = 2,5 \text{ et } \bar{y} = 606,5$$

4. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite qui réalise un ajustement affine du nuage de points de coordonnées  $(x_i ; y_i)$  par la méthode des moindres carrés.

$$y = -124,03x + 916,57$$

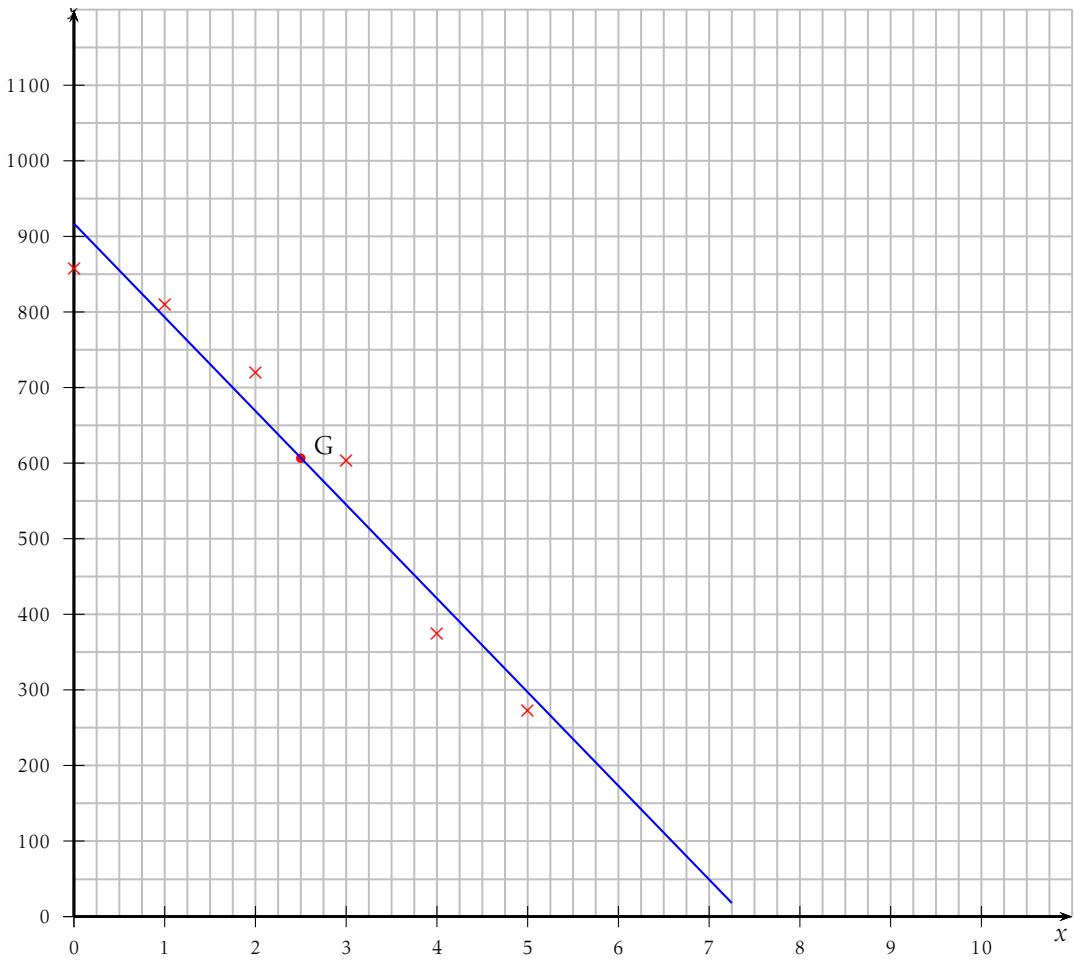
On arrondira les coefficients à 0,01 près.

Pour la suite, on prendra comme ajustement affine la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = -124x + 917$ .

5. Tracer la droite  $\mathcal{D}$  sur la figure donnée en annexe.

6. Combien d'incivilités ce modèle d'ajustement prévoit-il pour l'année 2018 ?

L'année 2018 correspond à  $x = 7$ , on calcule  $-124 \times 7 + 917 = 49$ , le nombre d'incivilités devrait être de 49.



## Exercice 2 —

9 points

D'après Polynésie, juin 2015, exercice 1 - source :APMEP

Une entreprise, qui fabrique et vend des ordinateurs sur commande, modélise le bénéfice en euros pour  $x$  ordinateurs fabriqués et vendus en une journée, par la fonction :

$$f(x) = x^3 - 60x^2 + 900x - 500$$

L'entreprise ne pouvant construire plus de 30 ordinateurs par jour, on aura  $0 \leq x \leq 30$ .

### Partie A – Étude de la fonction $f$

1. Calculer le bénéfice pour 4 puis pour 10 ordinateurs.

Bénéfice pour 4 ordinateurs :  $f(4) = 2204$ ; Bénéfice pour 10 ordinateurs :  $f(10) = 3500$ .

2. Calculer  $f'(x)$ , où  $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$ . non posé au BAC Aide : la dérivée est une fonction du second degré de la forme  $f'(x) = ax^2 + bx + c$ .

$$f(x) = x^3 - 60x^2 + 900x - 500, \text{ donc } f'(x) = 3x^2 - 120x + 900$$

3. non posé au BAC Résoudre l'équation  $f'(x) = 0$ .

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 120x + 900 = 0$ , équation du second degré avec  $a = 3$ ,  $b = -120$  et  $c = 900$ .  $\Delta = (-120)^2 - 4 \times 3 \times 900 = 3600$ , donc deux solutions :

$$\left| \begin{array}{l} \alpha = \frac{-(-120) - \sqrt{3600}}{2 \times 3} = 10 \\ \beta = \frac{-(-120) + \sqrt{3600}}{2 \times 3} = 30 \end{array} \right.$$

4. Étudier le signe de  $f'$ , en déduire le tableau de variation de  $f$ .

La représentation de  $f'$  est une parabole « orientée vers le haut » donc la fonction  $f'$  est positive, puis négative, puis positive. D'où le tableau de variations de la fonction  $f$ .

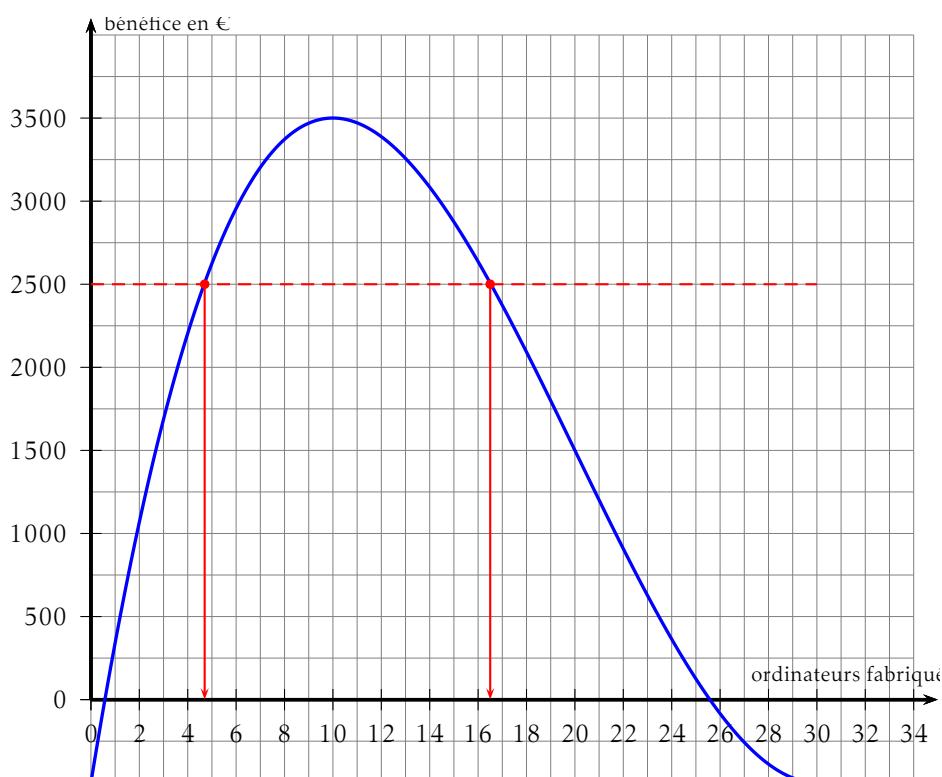
	0	10	30
signe de $f'(x)$	+	0	-
variations de $f$		↗ 3500	↘ -500

5. En déduire combien d'ordinateurs l'entreprise doit fabriquer et vendre chaque jour pour avoir un bénéfice maximal. Donner ce bénéfice.

Le bénéfice maximal est atteint pour la fabrication de 10 ordinateurs, il est de 3500 €.

### Partie B – Étude du bénéfice

La courbe  $\mathcal{C}$  donnée ci-dessous représente l'évolution du bénéfice en fonction du nombre d'ordinateurs fabriqués et vendus en une journée suivant le modèle choisi par l'entreprise.



1. Par lecture graphique, déterminer combien l'entreprise doit fabriquer et vendre d'ordinateurs en une journée si elle veut un bénéfice d'au moins 2500 €. (Laisser apparent les « pointillés de lecture ».)

Il faut vendre entre 5 (inclus) et 16 (inclus) ordinateurs pour réaliser un bénéfice d'au moins 2500 €.

2. Une grande surface veut acheter des ordinateurs. Elle propose au choix deux contrats à cette entreprise :

- contrat A : acheter 300 ordinateurs à fabriquer en dix jours ;
- contrat B : acheter 100 ordinateurs à fabriquer en cinq jours.

Quel contrat l'entreprise a-t-elle intérêt à choisir ? (Justifier votre réponse).

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• 300 ordinateurs en 10 jours, soit 30 ordinateurs par jour, donc vente à perte ! (-500€ par jour !)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 100 ordinateurs en 5 jours, soit 20 ordinateurs par jour, gain de 1500 € par jour.</li> </ul> |
|--|--|

Donc il faut choisir le contrat B.

non posé au BAC

## Partie C – Bénéfice moyen

Le bénéfice moyen est la fonction  $\mathcal{B}_m$  définie sur  $[1 ; 30]$  par :

$$\mathcal{B}_m(x) = \frac{f(x)}{x}$$

1. Justifier que  $\mathcal{B}_m(x) = x^2 - 60x + 900 - \frac{500}{x}$ .

$$\mathcal{B}_m(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{x^3 - 60x^2 + 900x - 500}{x} = \frac{x^3}{x} - \frac{60x^2}{x} + \frac{900x}{x} - \frac{500}{x} = x^2 - 60x + 900 - \frac{500}{x}$$

2. Calculer  $\mathcal{B}'_m$  où  $\mathcal{B}'_m$  désigne la fonction dérivée de  $\mathcal{B}_m$ .

$$\mathcal{B}_m(x) = x^2 - 60x + 900 - \frac{500}{x}$$

la dérivée de  $x \mapsto x^2 - 60x + 900$  est  $x \mapsto 2x - 60$

on remarque que  $\frac{500}{x} = 500 \times \frac{1}{x}$ , donc la dérivée de  $x \mapsto \frac{500}{x} = 500 \times \frac{-1}{x^2}$

$$\text{donc } \mathcal{B}'_m = 2x - 60 - \frac{500}{x^2}.$$

## Exercice 3 —

5 points

d'après Pondichéry, mai 2018, exercice 2 - Sujet APMEP Une agence de voyage a effectué un sondage auprès de ses clients pendant la période estivale.

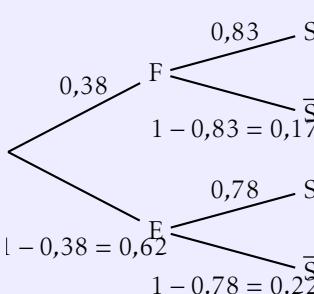
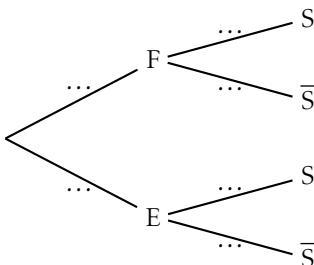
Le sondage est effectué sur l'ensemble des clients. Ce sondage montre que :

- 38% des clients voyagent en France;
- 83% des clients voyageant en France sont satisfaits;
- 78% des clients voyageant à l'étranger sont satisfaits.

On interroge un client au hasard. On considère les événements suivants :

- F : « le client a voyagé en France »;
- E : « le client a voyagé à l'étranger »;
- S : « le client est satisfait du voyage ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'événement  $E \cap S$  et calculer sa probabilité.

$E \cap S$  : le client voyage à l'étranger et est satisfait.

$$P(E \cap S) = 0,62 \times 0,78 = 0,4836$$

3. Montrer que  $P(S) = 0,799$ .

Probabilités totales :  $P(S) = P(S \cap F) + P(S \cap E) = 0,38 \times 0,83 + 0,4836 = 0,799$

4. Sachant que le client est satisfait, quelle est la probabilité qu'il ait voyagé à l'étranger ?

$$\text{Probabilité conditionnelle : } P_S(E) = \frac{P(S \cap E)}{P(S)} = \frac{0,4836}{0,799} \approx 0,605$$

On arrondira pour cette question le résultat au millième.

5. non donné au BAC On interroge 50 clients au hasard et on appelle  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de clients satisfaits.

On admet que  $X$  suit la loi binomiale de paramètres  $n = 50$  et  $p = 0,799$ .

Déterminer la probabilité qu'au moins 40 clients soient satisfaits (arrondir à  $10^{-3}$ ).

Au moins 40 clients satisfaits :  $X \geq 40$ .

$$P(X \geq 40) = 1 - P(X < 40) = 1 - P(X \leq 39) \approx 0,577$$