

D'après centres étrangers, juin 2018 : sujet d'origine et corrigé sur le site de l'APMEP : <https://www.apmep.fr/STMG-2018-1-sujet>

**Exercice 1** —

4 points

À l'issue de la célébration du 500<sup>e</sup> anniversaire de sa ville, le directeur de l'office du tourisme a commandé une enquête visant à estimer les retombées économiques de cette manifestation. Cette enquête a été réalisée auprès de personnes s'y étant rendues. Il en ressort que :

- 20% des personnes interrogées ont entre 18 et 25 ans ;
- 35% des personnes interrogées ont entre 26 et 45 ans ;
- 45% des personnes interrogées ont 46 ans ou plus.

Il a été demandé aux personnes interrogées si elles s'étaient rendues au restaurant lors de cette manifestation. Les réponses sont synthétisées ci-dessous :

- parmi les 18-25 ans, 22% se sont rendus au restaurant ;
- parmi les 26-45 ans, 45% se sont rendus au restaurant ;
- parmi les personnes de 46 ans ou plus, 70% se sont rendues au restaurant.

Ce questionnaire a permis de remplir une fiche par personne interrogée, précisant son âge et indiquant si elle s'est rendue ou non au restaurant.

On choisit de façon équiprobable l'une de ces fiches.

On définit les évènements suivants :

J : « la fiche est celle d'une personne ayant entre 18 et 25 ans »

A : « la fiche est celle d'une personne ayant entre 26 et 45 ans »

S : « la fiche est celle d'une personne ayant plus de 46 ans »

R : « la fiche est celle d'une personne s'étant rendue au restaurant »

1. Compléter l'arbre pondéré.
2. Définir par une phrase l'évènement  $A \cap R$ . Calculer sa probabilité.

$A \cap R$  : « la fiche choisie est celle d'une personne ayant entre 26 et 45 ans et ayant mangé au restaurant. »

$$P(A \cap R) = 0,35 \times 0,45 = 0,1575$$

3. Montrer que la probabilité de l'évènement R est égale à 0,5165.

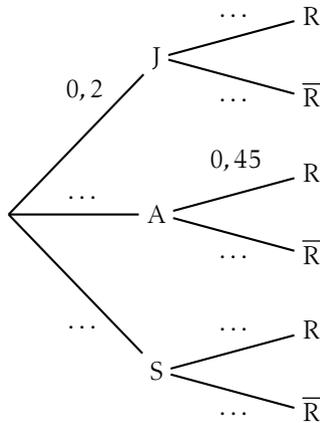
$$\begin{aligned}
 P(R) &= P(J \cap R) + P(A \cap R) + P(S \cap R) \\
 &= 0,2 \times 0,22 + 0,1575 + 0,45 \times 0,7 \\
 &= 0,5165
 \end{aligned}$$

4. Sachant que la fiche choisie est celle d'une personne s'étant rendue au restaurant lors des festivités de 2017, calculer la probabilité que ce soit celle d'une personne ayant plus de 46 ans. (Arrondir à  $10^{-2}$ ).

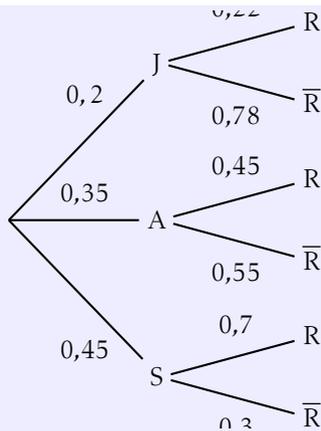
La phrase se traduit par  $P_R(S) = \frac{P(R \cap S)}{P(R)}$ .

$$P_R(S) = \frac{0,45 \times 0,7}{0,5165} = 0,61$$

Donc la probabilité est de 61%.



Exercice 1. : arbre

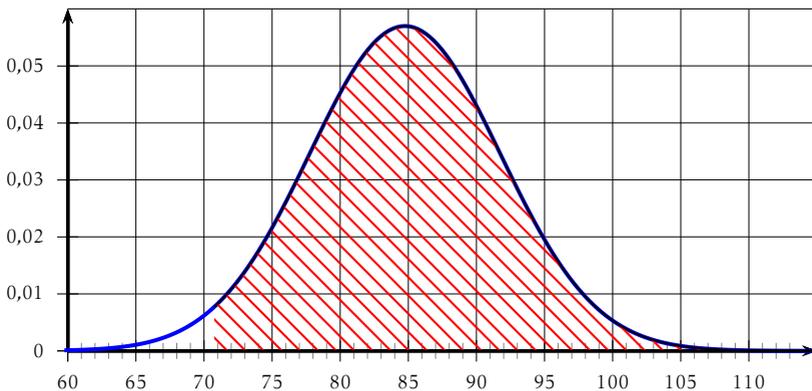


Une entreprise de blanchisserie propose à ses clients d'utiliser sur place ses machines à laver. Conscient des enjeux environnementaux, le gérant s'interroge sur la consommation en eau, par cycle de lavage, de ses machines. Il fait réaliser une étude par une société de conseil spécialisée dans l'accompagnement vers la transition énergétique.

1. Cette étude permet de modéliser la consommation en eau, exprimée en litre, par une variable aléatoire  $X$  suivant la loi normale d'espérance 85 et d'écart type 7.

Le graphique représente la courbe de densité de la variable aléatoire  $X$ .

Hachurer sur ce graphique le domaine correspondant à l'évènement  $\{X > 71\}$  et expliquer comment calculer  $P(X > 71)$  sans calculatrice, grâce à des considérations graphique, puis retrouver cette valeur à l'aide de la calculatrice (arrondir à  $10^{-3}$ ).



Exercice 2., question 1

on cherche  $P(X > 71)$ , on remarque que  $85 - 2\sigma = 71$ .

On sait que :

- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0,95$ , donc  $P(\mu - 2\sigma < X < \mu) = 0,95 \div 2 = 0,475$ .
- $P(X > \mu) = 0,5$

on a donc  $P(X > 71) = P(71 < X < 85) + P(X > 85) = 0,475 + 0,5 = 0,975$

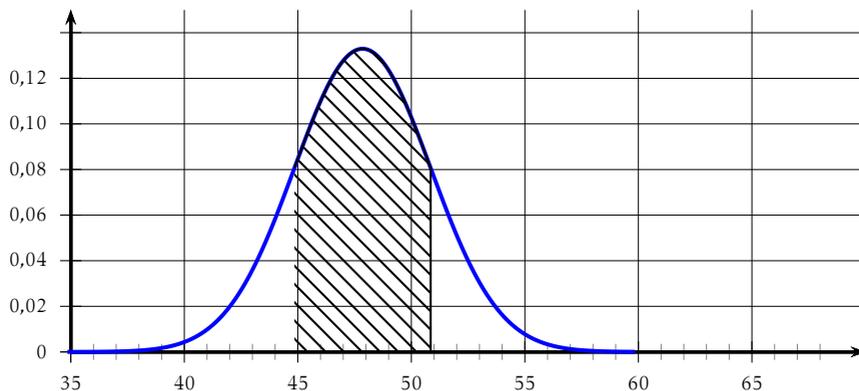
à l'aide de la calculatrice :  $P(X > 71) = 0,9772$

2. La société de conseil suggère au gérant de remplacer ses machines par de nouvelles, moins énergivores et mieux éco-conçues. Leur consommation en

eau, exprimée en litre, est modélisée par une variable aléatoire  $Y$  suivant la loi normale d'espérance 48 et d'écart type 3.

Un graphique représente la courbe de densité de la variable aléatoire  $Y$ .

Interpréter, dans le contexte de l'exercice, l'aire du domaine hachuré et donner sa valeur.



Exercice 2. question 2

L'aire hachurée représente  $P(45 < Y < 51) \approx 0,68$ . 68% des machines consomment entre 45 et 51 litres d'eau.

### Exercice 3 —

7 points

Julien vient de créer une application informatique destinée aux particuliers et permettant l'organisation d'évènements. Le 6 avril 2020, il envoie une offre de téléchargement de son application à toutes les personnes de son carnet d'adresses.

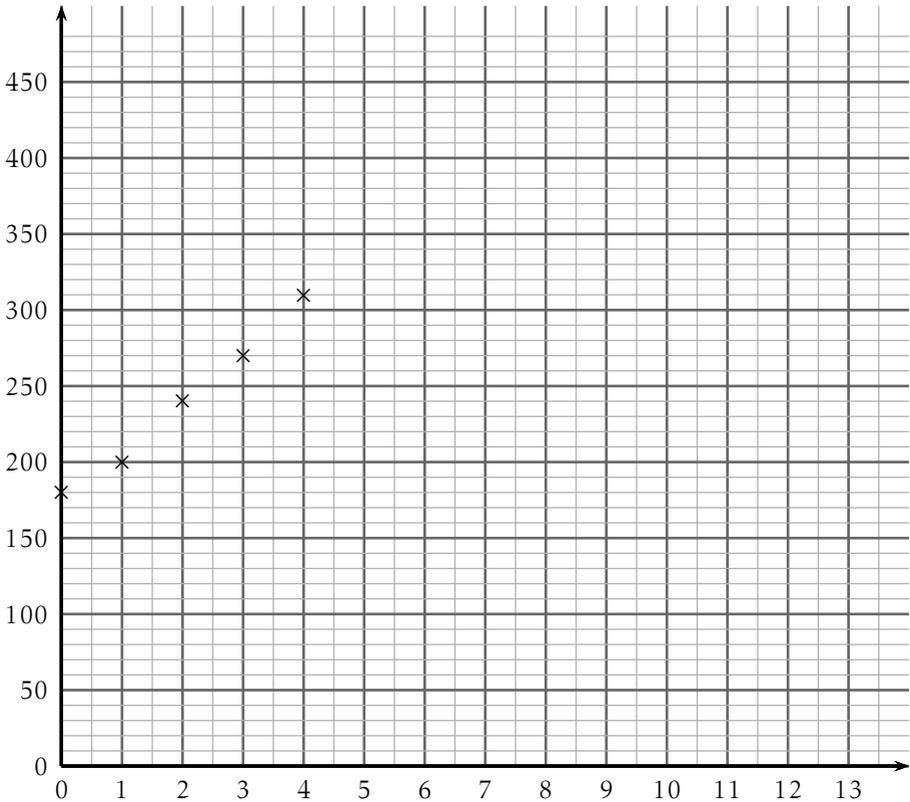
Chaque semaine, il a relevé le nombre de personnes ayant téléchargé son application. Ses observations sur les cinq premières semaines sont répertoriées dans le tableau ci-dessous. Le rang 0 correspond à la semaine du 6 au 12 avril 2018.

$x_i$ : rang de la semaine	0	1	2	3	4
$y_i$ : nombre de téléchargements	180	200	240	270	310

Les parties A et B sont indépendantes.

## Partie A – Étude d'un premier modèle

Voici une représentation graphique du nuage de points de coordonnées  $(x_i; y_i)$ .



### Exercice 3.

- À l'aide de la calculatrice, déterminer l'équation réduite de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés. On donnera les valeurs exactes des deux coefficients.  
on trouve  $y = 33x + 174$
- Déterminer les coordonnées de deux points de la droite  $\mathcal{D}$ .  
Représenter la droite  $\mathcal{D}$  sur le graphique.  
on peut choisir  $(0; 174)$  et  $(5; 339)$
- Selon ce modèle, quel est le nombre de téléchargements attendus à la fin de la semaine de rang 10 ?  
Pour  $x = 10$ , on trouve  $y = 504$ .

## Partie B – Étude d'un second modèle

En réalité, le nombre de téléchargements effectués jusqu'à la fin de la semaine de rang 10 est donné par le tableau ci-dessous qui complète le premier.

$x_i$ : rang de la semaine	5	6	7	8	9	10
$y_i$ : nombre de téléchargements	458	572	658	724	883	1095

1. Justifier que le taux d'évolution global du nombre de téléchargements entre la semaine de rang 4 et la semaine de rang 10 est d'environ 253%.

$$\text{taux d'évolution} = \frac{\text{nb pour sem.10} - \text{nb pour sem.4}}{\text{nb. pour sem.4}}$$

$$= \frac{1095 - 310}{310} = \frac{785}{310} \approx 2,53$$

Or  $2,53 = \frac{253}{100}$ , donc une augmentation de 253%.

2. En déduire le taux d'évolution hebdomadaire moyen du nombre de téléchargements entre la semaine de rang 4 et la semaine de rang 10 (arrondir au millième).

On cherche le taux moyen : à l'aide des coefficients multiplicateurs :

$$s_4 = 310 \xrightarrow{\times C_M} s_5 \xrightarrow{\times C_M} s_6 \xrightarrow{\times C_M} s_7 \xrightarrow{\times C_M} s_8 \xrightarrow{\times C_M} s_9 \xrightarrow{\times C_M} s_{10} = 1095$$

on sait que  $310 \times \left(1 + \frac{253}{100}\right) = 1095$   
donc le coefficient multiplicateur global est 3,53.

On veut  $C_M^6 = 3,53 \Leftrightarrow C_M = 3,53^{\frac{1}{6}} \Leftrightarrow C_M \approx 1,234$

Or  $C_M = 1 + t_M$  avec  $t_M$  le taux moyen, donc  $1 + t_M = 1,234$  d'où  $t_M = 0,234$ , soit une augmentation moyenne de 23,4%.

On fait l'hypothèse qu'à partir de la semaine de rang 10, le taux d'évolution hebdomadaire du nombre de téléchargements est constant et égal à 25%.

Le nombre de téléchargements hebdomadaires au cours de la semaine de rang  $(10 + n)$  est alors modélisé par le terme  $u_n$  d'une suite de premier terme  $u_0 = 1095$ .

3. Justifier que la suite  $(u_n)$  est géométrique et préciser sa raison.

Chaque semaine le nombre de téléchargements est multiplié par  $1 + \frac{25}{100} = 1,25$ , donc  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 1,25.

4. Exprimer  $u_n$  en fonction de l'entier naturel  $n$ .  
 par définition  $u_n = 1\,095 \times 1,25^n$
5. Selon ce modèle, combien de téléchargements Julien peut-il espérer lors de la semaine de rang 22 (arrondir à l'unité)?  
 la semaine de rang 22 correspond à  $10 + 12$ , donc  $n = 12$ .  $u_{12} = 1\,095 \times 1,25^{12} \approx 15\,934$ .
6. Un sponsor a contacté Julien, lui proposant une participation financière pour promouvoir son projet à plus grande échelle, dès lors que le nombre de téléchargements hebdomadaires dépassera 25 000.  
 Compléter les deux lignes non renseignées dans l'algorithme, pour qu'après exécution, la variable N contienne le rang de la semaine à partir de laquelle Julien sera sponsorisé.

```

N ← 0
U ← 1 095
Tant que .....
    U ← 1,25 × U
    .....
Fin Tant que
N ← 10 + N
  
```

Exercice 3.

### Exercice 4 —

5 points

Une entreprise est spécialisée dans le recyclage de bouteilles d'eau en plastique. Elle peut produire chaque jour entre 0 et 10 tonnes de plastique qu'elle revend en totalité au prix unitaire de 800 € la tonne.

On rappelle que le coût moyen correspondant à la production de  $x$  tonnes de plastique est défini par  $C_M(x) = \frac{C_T(x)}{x}$ , où  $C_T(x)$  est le coût total pour la production de  $x$  tonnes de plastique.

Le coût marginal, noté  $C_m$ , est le coût induit par la production d'une tonne de plastique supplémentaire lorsqu'on a déjà produit  $x$  tonnes de plastique.

Les parties A et B sont indépendantes.

## Partie A –

Sur le graphique sont tracées les courbes représentant les coûts moyen et marginal (en euro) en fonction de la quantité de plastique produite (en tonne) ainsi que la droite représentant le prix de vente unitaire.

On admet que le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal.

1. Déterminer graphiquement la quantité de plastique que doit produire l'entreprise pour que le coût moyen soit minimal.

On sait que le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal : on lit que le coût moyen est minimal pour une production d'environ 5 tonnes.

2. Déterminer graphiquement ce coût moyen minimal et en déduire le coût total correspondant.

Le coût moyen minimal est d'environ 400€.

Par définition, du coût moyen on a :  $400 = \frac{C_T(5)}{5}$ , donc  $C_T(5) = 5 \times 400 = 2000$ .

Donc le coût total associé au coût moyen minimal est 2000.

## Partie B –

On dit qu'il y a profit lorsque le prix de vente unitaire est strictement supérieur au coût moyen.

On admet que le profit de l'entreprise est maximal lorsque le coût marginal est égal au prix de vente unitaire.

1. Pour quelles quantités de plastique produites (arrondir au dixième de tonne), l'entreprise réalise-t-elle un profit ? Le résultat sera donné sous la forme d'un intervalle.

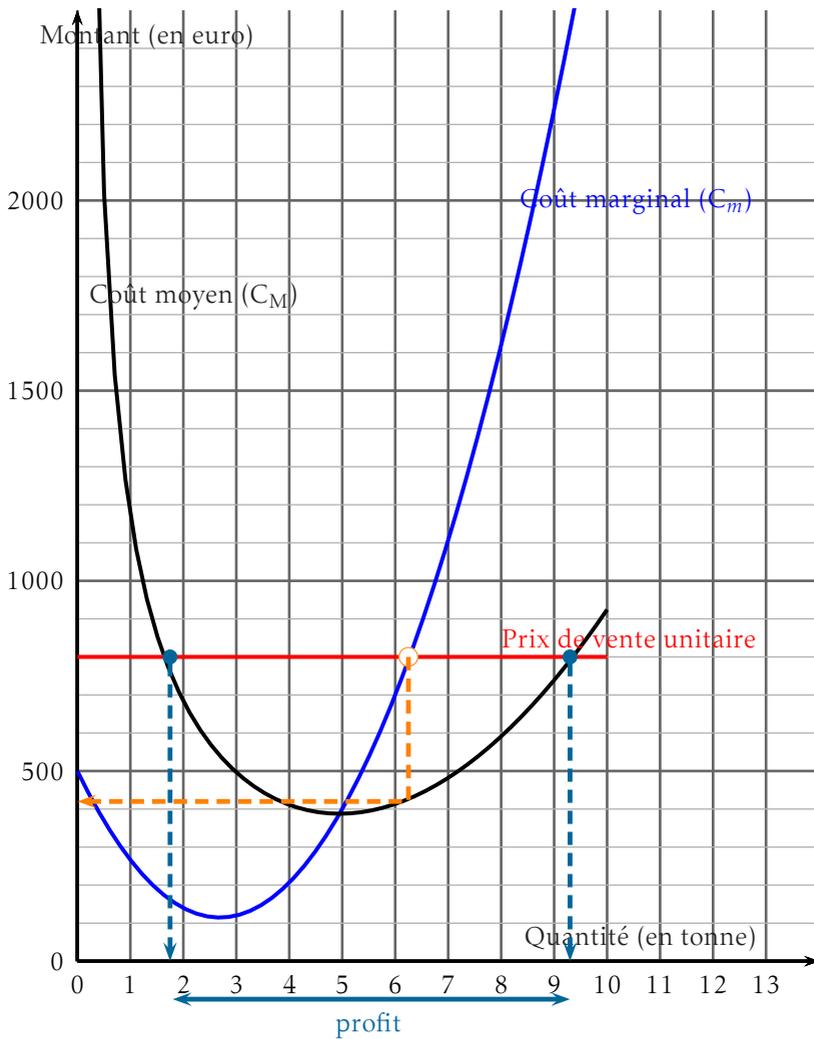
Il y a profit si la quantité vendue est entre 1,8 et 9,2 tonnes.

2. Déterminer graphiquement la quantité de plastique que doit produire l'entreprise pour que le profit soit maximal.

On sait que le profit de l'entreprise est maximal lorsque le coût marginal est égal au prix de vente unitaire : on lit sur le graphique que le profit est maximal pour une production de 6,2 tonnes.

3. Quel est le coût moyen correspondant à cette production ?

On lit que le coût moyen est d'environ 420€.



Exercice 4.

4. En déduire le coût total correspondant.

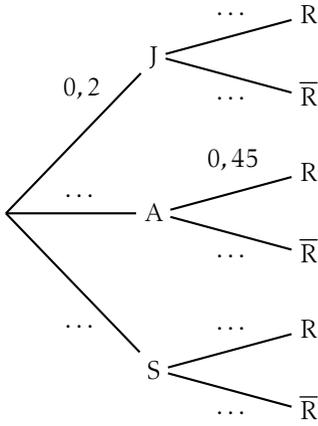
Le coût total est donc de  $420 \times 6,2 = 2\,604\text{€}$

5. Calculer le profit total maximal.

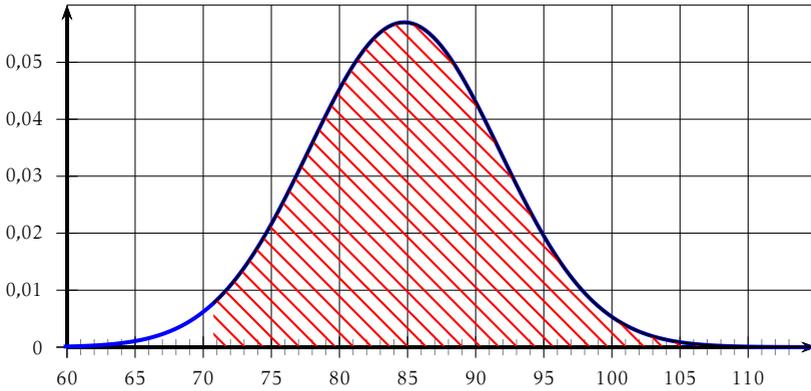
Le profit total est la différence entre le prix de vente total est le coût de production :

$$800 \times 6,2 - 2\,604 = 2\,356\text{€}.$$

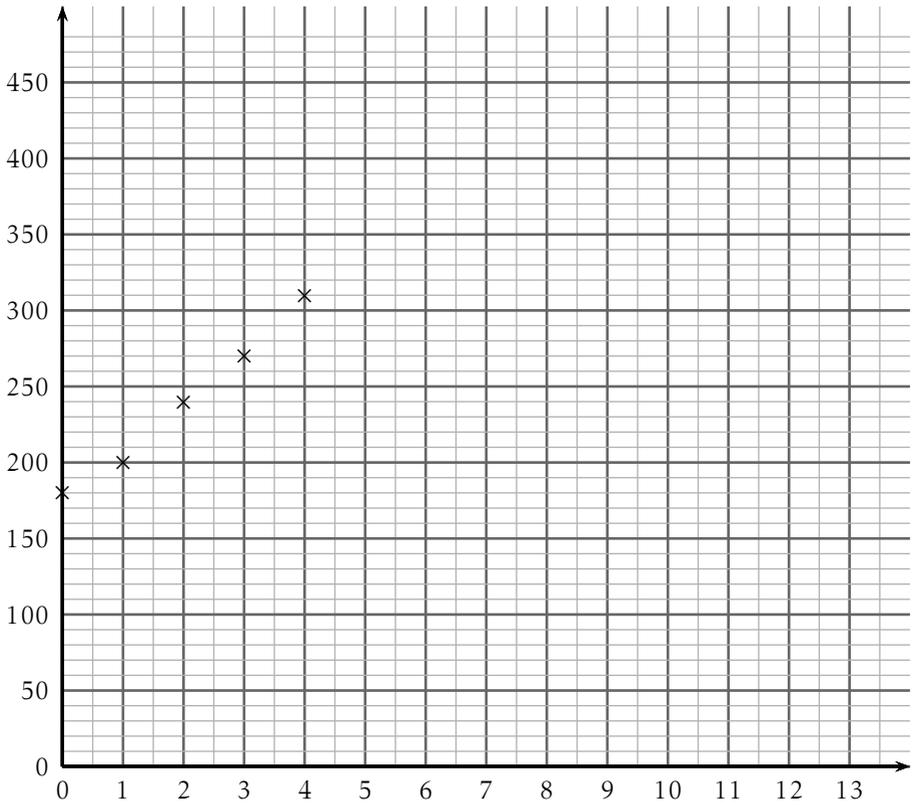
# Graphiques à compléter



Exercice 1.: arbre



Exercice 2., question 1



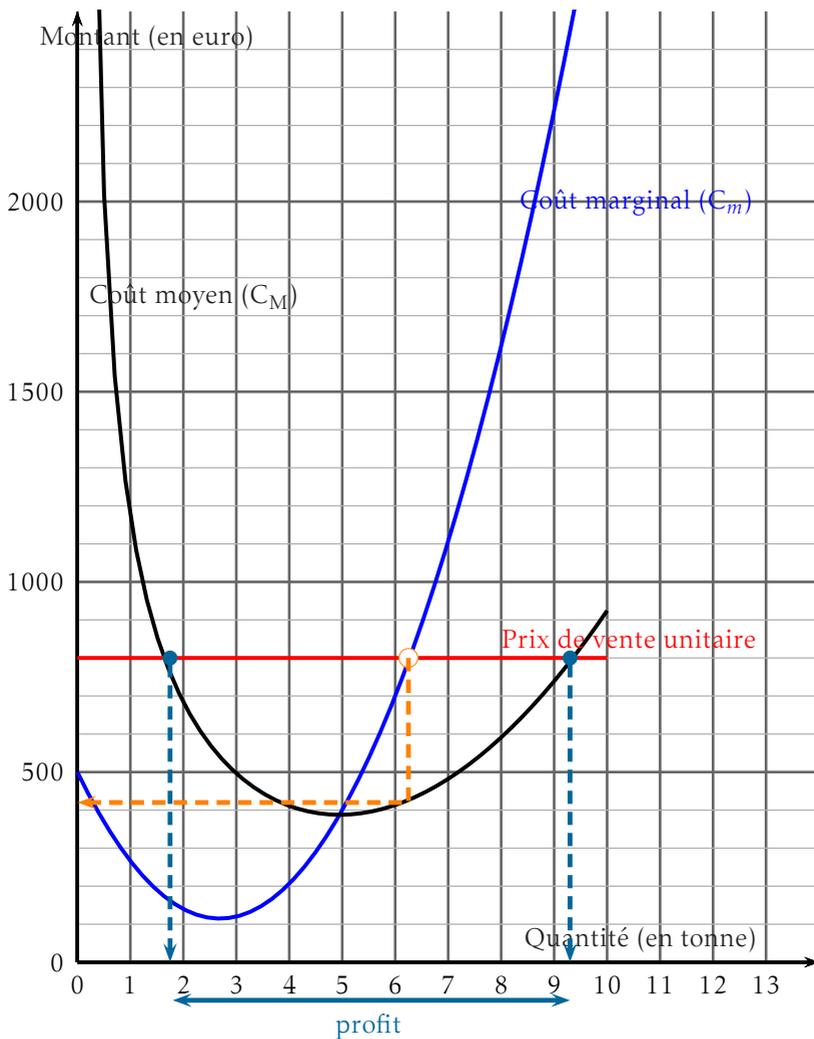
Exercice 3.

```

N ← 0
U ← 1095
Tant que .....
    U ← 1,25 × U
    .....
Fin Tant que
N ← 10 + N

```

Exercice 3.



Exercice 4.

## Correction des copies

**BE.AN : 12/24** : ABon travail. Revoir dernier exercice. / poids des fichiers!! + orientation des photos

**Exercice 1 (probas)** : 1. indices  $P_A(R)$ , fin du calcul ? / 4. indice, conclusion ?

**Exercice 2 (lois de probas)** : 1. upper vaut  $10^{99}$  (l'infini) / sans calculatrice ? / 2. calcul ?

**Exercice 3 (stats)** : 2. Deux points / 3.  $t_m$  erreur de calcul / 4. puissance ? / 5. pourquoi  $n = 10$  ?

**Exercice 4 (lectures graphiques)** : lectures graphique ? / A.2 explique les calculs ! / B. Je ne comprends pas tes calculs

**BO.KY : 12/24** : ABon travail. Tu dois justifier/expliquer tes calculs !

**Exercice 1 (probas)** : TBien

**Exercice 2 (lois de probas)** : Bien

**Exercice 3 (stats)** : A.  $a$  est un coefficient, pas de  $x$  / calcul pour  $x = 0$ ,  $x = 10$  ? / B.A NON  $\times 100$ !! / B.2 explique ce que tu calcules / B.3 pourquoi multiplier par 1,23 ? / B.5 pourquoi  $n = 12$  ? / B.6 : attention énoncé.

**Exercice 4 (lectures graphiques)** : A. lectures graphiques ? / B. Calculs ?

**BU.KE** : fait avec Davy ?



Propriétés	
Producer	DocHub v3.11.0, build d0fb213dc2
Creator	Writer
Title	MATH_BAC_BLA...
dochub.docum...	202597303
dochub.docum...	https:// dochub.com/ kelian-bunlet/ yz6LX9r/math- bac-blanc-davy- docx

**Exercice 1 (probas)** :

**Exercice 2 (lois de probas)** :

**Exercice 3 (stats)** :

**Exercice 4 (lectures graphiques)** :

CO.EV : 15/24 : Très bon travail. Félicitations.

Exercice 1 (probas) :

Exercice 2 (lois de probas) :

Exercice 3 (stats) : B.2 attention équation :  $(1 + t_m)^6 \neq (1 + t_m^6)$  / B.5 explique pourquoi  $n = 12$

Exercice 4 (lectures graphiques) : sans graphique je ne peux pas vérifier toutes les lectures...heureusement que tu expliques certaines.

DI.WI : 5/24 : Décevant! Relis toi! Inspire toi du corrigé du sujet (je vous ai donné les liens internet !

Exercice 1 (probas) : 1. Présentation de l'arbre : probas sur les branches / 3. Justifie le calcul

Exercice 2 (lois de probas) :

Exercice 3 (stats) : B.1 pas de  $\times 100$ !! / B.2 ?? / B.3 ?? / B.5 ??

Exercice 4 (lectures graphiques) : sans graphique je ne peux pas vérifier les lectures.../ B.4 - 5 :explique ce que tu calcules !

DO.KA : 12/24 : A Bon travail. Explique certains calculs.

Exercice 1 (probas) : 3. Attention notations /

Exercice 2 (lois de probas) : 1. calculatrice ? /

Exercice 3 (stats) : B.2 équation puissance ? / B.3 pourquoi 1,25 ? / B.5 incohérent

Exercice 4 (lectures graphiques) : sans graphique je ne peux pas vérifier les lectures.../ B : explique tes calculs

DU.LU : 19/24 : T bon travail. Dommage qu'il manque les lectures graphiques.

Exercice 1 (probas) : 4. précise la formule utilisée.

Exercice 2 (lois de probas) : 1. précision : trait vertical à 71 / 2. une proba appartient à  $[0; 1]$ !

Exercice 3 (stats) : B.4 : tu oublies la puissance

Exercice 4 (lectures graphiques) : sans graphique je ne peux pas vérifier les lectures.../ B : explique tes calculs / phrases de conclusion ?

EP.AU : 11/24 : Correct, dommage que ce soit incomplet.

Exercice 1 (probas) : utilise la virgule comme séparateur décimal / attention notation indice / 4. incomplet

Exercice 2 (lois de probas) : incomplet

Exercice 3 (stats) : A. droite à la règle? / B.1 égalité fausse / fraction - division : il faut des parenthèses!! / B.3 pourquoi 1,25, premier terme faux. / B.4 puissance, incohérent avec B.3 /

Exercice 4 (lectures graphiques) : non fait

HA.IL : 11/24 : Ordre des réponses!!

Exercice 1 (probas) : sans graphique je ne peux pas vérifier les lectures... / B : explique tes calculs / phrases de conclusion?

Exercice 2 (lois de probas) :

Exercice 3 (stats) : B.1 attention % / B.2 : explique / B.4 pourquoi 1,25? pourquoi  $n = 10$ ?

Exercice 4 (lectures graphiques) : Revoir notations / attention indice

KH.AN : 18/24 : Tbien. Orientation des scans!!

Exercice 1 (probas) : 2. ce sont des probas : écris  $P(J \cap R)$ ...

Exercice 2 (lois de probas) :

Exercice 3 (stats) : B. la raison de la suite est 1,25 et non 1,25% / tu oublies la puissance  $n$

Exercice 4 (lectures graphiques) : sans graphique, je ne peux pas vérifier tes lectures.

KI.GE : 16/24 : bon travail.

Exercice 1 (probas) : toutes les probas des branches  $\bar{R}$  sont fausses / notations : indice, le séparateur décimal est la virgule!

Exercice 2 (lois de probas) :  $7\sigma$ ??

Exercice 3 (stats) : A.2 tu calcules avec 174 ou 175? / B.2 pourquoi puissance 6? / B.5 pourquoi  $n = 10$ ?

Exercice 4 (lectures graphiques) : sans graphique, je ne peux pas vérifier tes lectures.

**KO.DA** : 22/24 : Excellent travail. Félicitations.

**Exercice 1 (probas)** : le séparateur décimal est la virgule. / écris en indice  $P_{\mathbb{R}}(S)$

**Exercice 2 (lois de probas)** : 1. attention hachures / 2. conclusion ?

**Exercice 3 (stats)** : A.2 tu calcules pour  $x = 11$  / B.3 attention  $u_n + 1 \neq u_{n+1}$  / B.4  $1,25n \neq 1,25^n$  / B.5 explique  $n = 12$

**Exercice 4 (lectures graphiques)** : B.2 « se croise » mal dit / B.5 : le coût de production est de 800€

**KR.DI** : 20/24 : T Bon travail, félicitations.

**Exercice 1 (probas)** : 1. et 3. notations :  $p(J \cap R)$  et non JR

**Exercice 2 (lois de probas)** :

**Exercice 3 (stats)** : B.2 explique la puissance 6 / B.5 explique pourquoi  $n = 12$  / B.6 : algo test faux.

**Exercice 4 (lectures graphiques)** : sans graphique, je ne peux pas vérifier tes lectures.

**MA.EL** : 10/24 : Quand tu tapes des maths, ou bien utilise un éditeur d'équations, ou bien \* pour  $\times$  et n'oublies pas les parenthèses pour les divisions qui représentent les fractions ; utilise la virgule comme séparateur décimal et les indices !!

**Exercice 1 (probas)** : revoir proba conditionnelle

**Exercice 2 (lois de probas)** :

**Exercice 3 (stats)** : B1. parenthèses / S4R10 ?

**Exercice 4 (lectures graphiques)** : sans graphique, je ne peux pas vérifier tes lectures.

**NA.HE** : 11/24 : correct, mais cela manque d'explications / justifications.

**Exercice 1 (probas)** : 3. Tu oublies de préciser que ce sont des probas / 4. Notation indice

**Exercice 2 (lois de probas)** :

**Exercice 3 (stats)** : A. équation fausse, mais calculs cohérents / B.2 puissance difficile à lire. Explications ? / B.3 est multiplié par / notation  $u_n + 1 \neq u_{n+1}$  !! / B.4 formules ??

**Exercice 4 (lectures graphiques)** : sans graphique, je ne peux pas vérifier tes lectures. / B. phrases ?

OM.AN : 17/24 : TBon travail. Ce qui est fait est TBien. Félicitations.

Exercice 1 (probas) :

Exercice 2 (lois de probas) :

Exercice 3 (stats) : B.5 explique pourquoi  $n = 12$

Exercice 4 (lectures graphiques) : sans graphique, je ne peux pas vérifier tes lectures.

