TRIGONOMÉTRIE

B.O.

2nde

⋏ Calculer des longueurs, des angles, des aires et des volumes.

⊡ $\cos^2(\alpha)+\sin^2(\alpha)=1$

Attendus 1ere

⋎ Cercle trigo., radian, enroulement de la droite des réels, cosinus et sinus d'un réel, val. remarqu.

⋎ Fct cosinus et sinus : parité, périodicité, courbes.

⊡ Calcul de $\sin\frac{\pi}{4}$, $\sin\frac{\pi}{3}$ et $\cos\frac{\pi}{3}$.

⋗ Approximation de π par la méthode d'Archimède.

Compléments au cours « Fonctions trigonométriques » (Déclic, page 209)

Deux notions importantes :
- une nouvelle unité de mesure pour les angles : le radian
- passer des *rapports de longueurs* sinus, cosinus aux *fonctions* sinus, cosinus

1. Enroulement sur le cercle

1.1 Le cercle trigonométrique

- repère *orthonormé* (O, I, J)
- cercle *orienté* de centre O et de rayon 1

1.2 Enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique

On imagine que la « droite des réels » est une ficelle. Le réel zéro de la ficelle est punaisé au point I du repère.

On enroule la ficelle le long du cercle, donc à chaque point M du cercle, correspond un réel de la droite des réels (la ficelle) et un angle $\widehat{IOM}$. Exercices ► ①

① exercices
► *p 213 nº 1 : placer réels sur le cercle*
► *p 213 nº 2 : placer réels sur le cercle*
► *p 213 nº 5 (corrigé dans le livre) : placer réels sur le cercle.*

Des vidéos d'Ivan Monka
- *cours (8 min)*
- *exercice (15 min)*

1.3 Mesure d'un angle en radian

Exercices ▶ ②

2. Cosinus et sinus d'un nombre réel

2.1 Repérage d'un point sur le cercle trigonométrique

le point M peut être repéré

- par la distance parcourue sur le cercle à partir du point I et le sens d'enroulement : notée x (attention x peut être négatif : une lettre ne donne pas le signe d'un réel !)
- par ses coordonnées dans le repère : l'abscisse de M est le *cosinus* de x et l'ordonnée de M son *sinus*.

Animation GeoGebra : `cercle_fct.ggb`

Par définition en utilisant les propriétés géométriques du cercle :

- quelque soit $x \in \mathbb{R}$:
  a) $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$
  b) $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$
- quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1$
  Distance dans un repère orthonormé et le rayon du cercle trigonométrique vaut 1.

Exercices ▶ ③

2.2 Lien avec la trigonométrie du triangle rectangle.

2.3 Valeurs remarquables des cosinus et sinus

Le tableau est à connaître.

Remarquer la symétrie des valeurs par rapport à $\dfrac{\pi}{4}$.

Exercices ▶ ④

3. Fonctions sinus et cosinus

3.1 Définitions

Exercices ▶ ⑤

Attention calculatrice : vérifier que le mode radian *est activé à la place du mode* degré. *Voir livret en début du manuel pages X, XII et XIV*

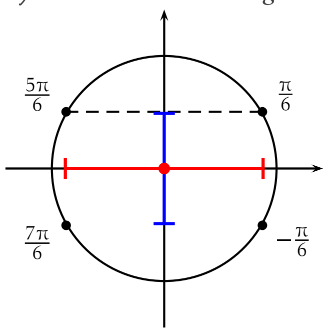
② exercices
▶ *p 222 nº 39 : angle en degré et réel associé*

③ exercices
▶ *p 223 nº 49 (corrigé dans le livre) : signe sinus / cosinus*
▶ *p 225 nº 65 : existence d'une solution.*
▶ *p 225 nº 68 : calcul du cosinus connaissant le sinus*
▶ *p 226 nº 80 : angles associés. Aide : p 214, Relation fondamentale et utiliser les symétries du cercle trigonométrique.*

④ exercices
▶ *p215 nº 6 (corrigé dans le livre) : cosinus / sinus*

Pour vérifier : *la fenêtre* calcul formel *de GeoGebra donne les valeurs exactes des sinus et cosinus de certains angles.*
π s'obtient à l'aide des touches Alt *et* p *ou bien à l'aide du menu* α

Symétries et cercle trigonométrique



Grâce aux symétries, on peut lire :
$\sin\frac{5\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{6}$; $\sin\frac{7\pi}{6} = -\sin\frac{\pi}{6}$;
$\sin\frac{7\pi}{6} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$; ...
$\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6}$; $\cos\frac{5\pi}{6} = -\cos\frac{\pi}{6}$;
$\cos\frac{7\pi}{6} = \cos\frac{5\pi}{6}$; ...

Distance entre deux points
Dans un repère orthonormé, $A(x_A ; y_A)$ *et* $B(x_B ; y_B)$,
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

⑤ exercices
▶ *p 227 nº 83 : identifier courbe. Aide : vérifier à l'aide de la calculatrice.*
▶ *p 227 nº 84 : identifier courbe*

3.2 Propriétés

- périodicité : la courbe représentative s'obtient à l'aide de translations de vecteur $2\pi\vec{\imath}$
- parité : la courbe représentative est symétrique (axiale pour cosinus / centrale pour sinus)

moyen mnémotechnique : on conserve l'ordre alphabétique : symétrie Axiale / Centrale pour les fonctions Cosinus / Sinus

Exercices ► ⑥

⑥ exercices

► *p 227 nº 89 : étude de la fonction $x \mapsto (\cos(x))^2$*

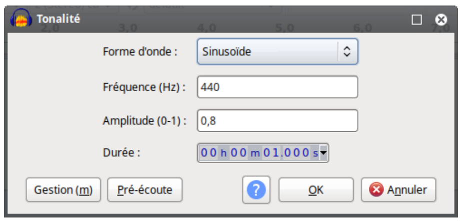
4. Écouter une fonction

Cette partie vous permet de faire des expériences.

Il faut le logiciel Audacity et GeoGebra.

4.1 Audacity

Audacity est librement téléchargeable : https://www.audacityteam.org/



Sélectionner le menu Générer > Tonalité.

Changer simplement le paramètre durée : une seconde suffit.

Jouer : vous reconnaissez (?) un LA 440.

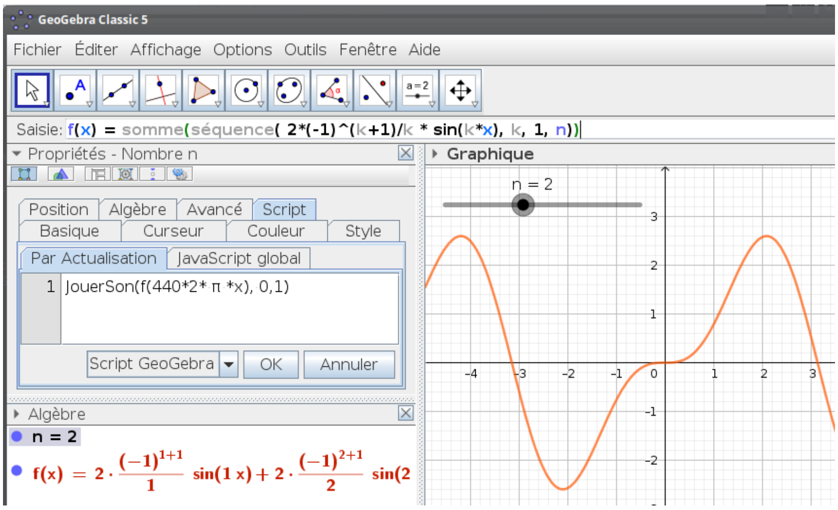
À l'aide de l'outil loupe, zoomer sur la piste audio.

1. A quelle fonction fait penser la courbe affichée ?
2. En zoomant d'avantage et avec la précision permise par la lecture de l'écran, déterminer la période de la fonction obtenue ; c'est à dire, déterminer la plus petite valeur de d en seconde, telle que « la fonction se répète ».
3. Calculer la valeur entière de $\frac{1}{d}$.

4.2 GeoGebra

Un son (comme une note de musique ou un accord) se traduit mathématiquement comme une somme de fonctions sinusoïdales. GeoGebra permet de « faire chanter » une fonction !

1. Créer le curseur `n`, entier de 1 à 5.
2. En ligne de saisie définir la fonction f :
   `f(x) = somme(séquence( 2*(-1)^(k+1)/k * sin(k*x), k, 1, n))`
3. Dans l'onglet Srcipt > Par actualisation des Préférences du curseur `n`, écrire : `JouerSon( f( 440*2*π*x ), 0, 1)`
4. Animer le curseur


GeoGebra Classic 5
Fichier Éditer Affichage Options Outils Fenêtre Aide
Saisie: f(x) = somme(séquence(2*(-1)^(k+1)/k * sin(k*x), k, 1, n))
Propriétés - Nombre n
Position Algèbre Avancé Script
Basique Curseur Couleur Style
Par Actualisation JavaScript global
1 JouerSon(f(440*2* π *x), 0,1)
Script GeoGebra OK Annuler
Algèbre
n = 2
f(x) = 2 · (−1)^(1+1)/1 sin(1 x) + 2 · (−1)^(2+1)/2 sin(2
Graphique
n = 2