

Co4

NOM - Date de naissance

Note sur 30

Pour chaque exercice, remplacer m par le numéro de votre mois de naissance avant de commencer à répondre aux questions.

Exercice 1 — Positions relatives

13 points

m	1;2;3	4;5;6	7;8;9	10;11;12
$f(x) =$	$-x^2 + 2x + 2$	$x^2 + 3x + 2$	$-x^2 + 4x + 2$	$x^2 + 5x + 2$
$g(x) =$	$\frac{x+2}{x+1}$	$\frac{3x-2}{x-1}$	$\frac{x+2}{x+1}$	$\frac{3x-2}{x-1}$

1. Déterminer l'intervalle de définition D_g de la fonction g .

On ne peut pas diviser par 0 ; donc

m	1;2;3	4;5;6	7;8;9	10;11;12
D_g	$\mathbb{R} \setminus \{-1\}$	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$	$\mathbb{R} \setminus \{-1\}$	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$

2. Représenter les fonctions (calculatrice, logiciel) afin de résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$ grâce à une lecture graphique.

m	1;2;3	4;5;6
$f(x) > g(x)$	$] -1,3; -1[\cup] 0,2,3[$	$] -\infty; -3,2[\cup] 0,1[\cup] 1,3; +\infty[$
$g(x) =$	$\frac{x+2}{x+1}$	$\frac{3x-2}{x-1}$

m	7;8;9	10;11;12
$f(x) > g(x)$	$] -1,2; -1[\cup] 0,4,2[$	$] -\infty; -5,2[\cup] 0,1[\cup] 1,2; +\infty[$
$g(x) =$	$\frac{x+2}{x+1}$	$\frac{3x-2}{x-1}$

3. Calculer $f(0)$ et $g(0)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

$f(0) = g(0) = 2$: la courbe \mathcal{C}_f (représentant la fonction f) et la courbe \mathcal{C}_g (représentant la fonction g) se coupent en $(0; 2)$.

4. Retrouver, en détaillant les calculs, l'expression de $f(x) - g(x)$.

m	1;2;3	4;5;6	7;8;9	10;11;12
$f(x) - g(x)$	$\frac{x(-x^2 + x + 3)}{x + 1}$	$\frac{x(x^2 + 2x - 4)}{x - 1}$	$\frac{x(-x^2 + 3x + 5)}{x + 1}$	$\frac{x(x^2 + 4x - 6)}{x - 1}$

5. Déterminer, en justifiant, le signe de $P(x)$ sur \mathbb{R} :

m	1;2;3	4;5;6	7;8;9	10;11;12
$P(x)$	$-x^2 + x + 3$	$x^2 + 2x - 4$	$-x^2 + 3x + 5$	$x^2 + 4x - 6$

m	1; 2; 3	4; 5; 6	7; 8; 9	10; 11; 12
$P(x)$	$-x^2 + x + 3$	$x^2 + 2x - 4$	$-x^2 + 3x + 5$	$x^2 + 4x - 6$
$a; b; c$	-1; 1; 3	1; 2; -4	-1; 3; 5	1; 4; -6
orientation de la parabole (signe de a) vers...	« le bas »	« le haut »	« le bas »	« le haut »
Δ	13	20	29	40
x_1	$\frac{1 - \sqrt{13}}{2}$ $\approx -1,3$	$-1 - \sqrt{5}$ $\approx -3,2$	$\frac{3 - \sqrt{29}}{2}$ $\approx -1,2$	$-2 - \sqrt{10}$ $\approx -5,2$
x_2	$\frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ $\approx 2,3$	$-1 + \sqrt{5}$ $\approx 1,2$	$\frac{3 + \sqrt{29}}{2}$ $\approx 4,2$	$-2 + \sqrt{10}$ $\approx 1,2$
signe de $P(x)$ sur $[x_1; x_2]$	positif	négatif	positif	négatif

6. Résoudre algébriquement (à l'aide d'un tableau de signes) l'inéquation $f(x) > g(x)$.

Aide : modèle pour le tableau de signes, avec x_1 et x_2 les racines de P . (rappel : pour une valeur interdite, la barre verticale est doublée.)

x	$-\infty$	x_1	?	?	x_2	$+\infty$
signe de $P(x)$		0			0	
signe de x						
signe de ...						
signe de ...		0			0	

$$f(x) > g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) > 0$$

pour $m \in \{1; 2; 3; 7; 8; 9\}$:

x	$-\infty$	x_1	-1	0	x_2	$+\infty$
signe de $P(x)$	-	0	+	+	0	-
signe de x	-	-	-	0	+	+
signe de $x + 1$	-	-	+	+	+	+
signe de $f(x) - g(x) \dots$	-	0	+	-	0	-

donc $f(x) > g(x) \Leftrightarrow x \in]x_1; -1[\cup]0; x_2[$

pour $m \in \{4; 5; 6; 10; 11; 12\}$:

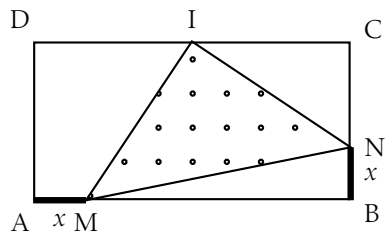
x	$-\infty$	x_1	0	1	x_2	$+\infty$
signe de $P(x)$	+	0	-	-	0	+
signe de x	-	-	0	+	+	+
signe de $x - 1$	-	-	-	+	+	+
signe de $f(x) - g(x) \dots$	+	0	-	0	+	+

donc $f(x) > g(x) \Leftrightarrow x \in]-\infty; x_1[\cup]0; 1[\cup]x_2; +\infty[$

Exercice 2 — Modélisation

8 points

- ABCD est un rectangle.
- Le point M se déplace sur le segment [AB],
- Le point I est le milieu du segment [CD].
- Les distances AM et BN sont égales à x .
- $AB = \frac{3}{2}m$ et $AD = m$



L'objectif est de déterminer la valeur l'aire minimale du triangle MIN.

1. Déterminer l'intervalle auquel appartient x .

$$x \in [0; m]$$

2. Déterminer l'expression de l'aire du triangle MBN en fonction de x .

$$\mathcal{A}_{\text{MBN}} = \frac{1}{2} \text{MB} \times \text{BN} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}m - x \right) \times x$$

3. Justifier les expressions des aires de NCI et de AMID.

m	\mathcal{A}_{NCI}	$\mathcal{A}_{\text{AMID}}$
1	$-\frac{3}{8}x + \frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}x + \frac{3}{8}$

2	$-\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$	$x + \frac{3}{2}$
---	-------------------------------	-------------------

3	$-\frac{9}{8}x + \frac{27}{8}$	$\frac{3}{2}x + \frac{27}{8}$
---	--------------------------------	-------------------------------

4	$-\frac{3}{2}x + 6$	$2x + 6$
---	---------------------	----------

5	$-\frac{15}{8}x + \frac{75}{8}$	$\frac{5}{2}x + \frac{75}{8}$
---	---------------------------------	-------------------------------

6	$-\frac{9}{4}x + \frac{27}{2}$	$3x + \frac{27}{2}$
---	--------------------------------	---------------------

m	\mathcal{A}_{NCI}	$\mathcal{A}_{\text{AMID}}$
7	$-\frac{21}{8}x + \frac{147}{8}$	$\frac{7}{2}x + \frac{147}{8}$

8	$-3x + 24$	$4x + 24$
---	------------	-----------

9	$-\frac{27}{8}x + \frac{243}{8}$	$\frac{9}{2}x + \frac{243}{8}$
---	----------------------------------	--------------------------------

10	$-\frac{15}{4}x + \frac{75}{2}$	$5x + \frac{75}{2}$
----	---------------------------------	---------------------

11	$-\frac{33}{8}x + \frac{363}{8}$	$\frac{11}{2}x + \frac{363}{8}$
----	----------------------------------	---------------------------------

12	$-\frac{9}{2}x + 54$	$6x + 54$
----	----------------------	-----------

4. À l'aide des résultats aux questions précédentes, déterminer la valeur de x qui minimise l'aire du triangle MIN et donner la valeur de l'aire minimale de MIN (arrondie au centième).

Par soustraction des aires : $\mathcal{A}(\text{MIN}) = \frac{1}{2} \left(x^2 - \frac{7}{4}mx + \frac{3}{2}m^2 \right)$

C'est un polynôme du second degré, le coefficient de x^2 est positif, l'abscisse du sommet est $-\frac{b}{2a} = -\frac{7}{8}m$, d'où le tableau de variations :

x	0	$\frac{7}{8}m$	m
\mathcal{A}	$\frac{3}{4}m^2$		$\frac{3}{8}m^2$
		\searrow	\nearrow
		$\frac{47}{128}m^2$	

m	$\frac{7}{8}m$	\mathcal{A}	m	$\frac{7}{8}m$	\mathcal{A}
1	0,875	0,367	7	6,125	18,0
2	1,75	1,47	8	7,0	23,5
3	2,625	3,3	9	7,875	29,7
4	3,5	5,88	10	8,75	36,7
5	4,375	9,18	11	9,625	44,4
6	5,25	13,2	12	10,5	52,9

Exercice 3 — Suites

6 points

(u_n) est la suite définie sur \mathbb{N} par $u_n = n^2 - 5n + m$.

(v_n) est la suite définie sur \mathbb{N}^* par $\begin{cases} v_0 = m \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$

- Calculer « à la main » les quatre premiers termes de chacune des suites.

m	u_0	u_1	u_2	u_3	m	v_0	v_1	v_2	v_3
1	1	-3	-5	-5	1	1	3	7	15
2	2	-2	-4	-4	2	2	5	11	23
3	3	-1	-3	-3	3	3	7	15	31
4	4	0	-2	-2	4	4	9	19	39
5	5	1	-1	-1	5	5	11	23	47
6	6	2	0	0	6	6	13	27	55
7	7	3	1	1	7	7	15	31	63
8	8	4	2	2	8	8	17	35	71
9	9	5	3	3	9	9	19	39	79
10	10	6	4	4	10	10	21	43	87
11	11	7	5	5	11	11	23	47	95
12	12	8	6	6	12	12	25	51	103

2. En admettant que pour $n \geq 4$, les suites (u_n) et (v_n) sont croissantes, déterminer à l'aide d'un logiciel (ou d'une calculatrice) le plus petit entier n tel que...


a) $u_n > 100$. pour tous : $n = 13$

b) $v_n > 5000$.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9

Exercice 4 — Corrections


Comme annoncé dans le mail du 26 novembre à destination des élèves, des parents et de la direction, seuls les devoirs répondant aux critères des travaux en distanciels sont pris en compte. Les autres sont considérés comme non rendus.

 **BA.Am** : 6/30 : numérote les lignes ! mois de naissance ? Problèmes de fichiers, travail incomplet.

feuilles 1 et 2 : co3 ?

Exercice 2.2 Explique le calcul.

2.3 : il manque des parenthèses / rédaction des calculs ! / il existe une formule permettant de calculer l'aire d'un trapèze / si tu crées des points : dessine la figure !

 **BE.Im** : 24/30 : mois de naissance ? Bon travail. Bonne idée les photos de la calculatrice.

ligne 1 : pourquoi ?

ligne 2 : notation : $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

ligne 10 : change les dimensions de la fenêtre graphique pour tout voir...

ligne 46 : ce sont des valeurs approchées : $x_1 \approx \dots$

ligne 51 : justifie le signe.


ligne 69 : il manque un 0 et un signe.

ligne 72 et suivantes : explique pourquoi ces calculs ?

ligne 91 : pourquoi 1×2 ?? Revoir la multiplication de fractions.

ligne 103 : n'utilise pas B pour la base, B est un point de la figure.

ligne 120 : quelle formule ?

 **BE.So** : 26/30 : Très bon travail, très bien rédigé. Félicitations. Numérote les lignes en continu.

ligne 22 : « se coupent » au lieu de « se croisent ». sur l'axe des abscisses ??

ligne 29 : « à l'équation $P(x) = 0$ »

ligne 31 : revoir justification du signe.

ligne 11 : revoir la ligne $x(-x^2 + x + 3)$

ligne 20 : O ?


ligne 40 et suivantes : rédaction, le trait de fraction principal doit être aligné avec le symbole =. Simplifie les fractions au fur et à mesure :

$$\frac{36}{4} = 9 \dots$$

ligne 1 et suivantes : tu compliques un peu les calculs...

ligne 39 : « coefficient directeur » est réservé aux fonctions affines, ici c'est « le coefficient de x^2 ».

ligne 8 : on cherche la valeur *minimale* !

 **BE.Pa** : 22/30 : bon travail ! tout ce qui est fait est bien ! Bel effort de LibreOffice. Utilise l'éditeur de formules pour toutes les expressions mathématiques

ligne 8 : $g(x) = \dots$

ligne 11 : $D_g = \dots$

ligne 14 : expression de $f : -x^2 + 2x \dots$


ligne 16 : c'est x et non X ; les intervalles sont ouverts, car l'inégalité est stricte.

ligne 24 : expression de $f : -x^2 + 2x \dots$

ligne 34 : phrases ? Détermine les valeurs des racines.

ligne 60 : maladroit : B est un point de la figure, il faut écrire différemment la grande base du trapèze.

ligne 64 : raisonnement correct, attention parenthèses !

 **CH.No** : 20/30 : revoir le poids du fichier, numérote les lignes. Ce qui est fait est globalement correct.

Exercice 1.2 : il suffisait de tracer les courbes des fonctions !


1.3 : se « croisent » ? abscisse 0.

1.5 : l'orientation de la parabole n'est pas donnée par le signe de Δ !

tableau de signes : tu oublies les zéros.

Exercice 2.3 : explique le calcul de l'aire de AMID.

2.4 : le calcul de Δ n'est pas nécessaire Conclusion ?

 **CH.Pe** : 28/30 : Très bon travail ! Très bien présenté. Félicitations !


ligne 7 : pourquoi cet ensemble de définition ?

ligne 14 : « se coupent »

ligne 33 : justifie le signe de P.

ligne 43 : conclusion ?

ligne 63 : TBien. Justifie l'orientation de la parabole (le sommet peut être le max ou le min).

 **CO.Ma** : 20/20 : essaie de minimiser le poids des fichiers, numérote les lignes. Ce qui est fait est assez bien, mais attention aux erreurs de calculs !! (et à certaines incohérences).

Exercice 1.1 : notation $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

1.2 : ?? tu mélanges abscisses et ordonnées ?


1.5 : ?? Quelle est cette propriété ? . Incohérent, car tu calcules les racines à la question suivante !

justifie le signe du polynôme.

tableau de signes : pourquoi $-3,24$ et $1,24$? ligne « signe de x » et « signe de $x - 1$ » fausses ; valeur interdite ?

Exercice 2.2 et 2.3 : parenthèses !!

2.4 : position du signe $-$ / pourquoi $\times 2$?? / pourquoi le calcul des racines ? / incohérent : les racines sont les valeurs qui annulent le polynôme : tu devrais obtenir 0 !!

 **DE.Li** : 9/30 : nom et poids du fichier? numérote les lignes. Ce qui est fait est globalement correct, mais l'ensemble questionne : tu avais le droit d'utiliser tes cahiers de cours et d'exercices...

Exercice 1.4 : revoir la lecture graphique.

1.4 : il faut écrire les calculs !


1.5 : signe d'un polynôme !! Tu avais accès à tes cours !!

Exercice 2.2 : $BN = x$

2.3 : aire du trapèze ??

2.4 : méthode correcte.

Exercice 3.2 : je demande la valeur de n .

 **DI.Di** : 9/30 : Objet du mail + nom et poids des fichiers + lignes non numérotées : la prochaine fois ce travail sera considéré comme non rendu ! mois de naissance ? Trop d'erreurs de calculs.


Exercice 1.5 : erreur d'énoncé... signe cohérent.

1.4 (ordre des réponses?) calculs faux. À quoi correspond ce tableau de signes ?

Exercice 2.3 : c'est $\frac{18}{\frac{2}{2}}$ ou $\frac{\frac{18}{2}}{2}$?

Exercice 3.1 : suite (v_n) , écriture des indices, erreurs de calcul.

3.2 : bonne idée (mais cela complique). Tu dois écrire une inéquation : $x^2 - 5x + 6 > 100$; erreurs de calcul : c'est $(-5)^2$ et non (-5^2) ; $-b = -(-5) = 5$

 **DU.Ao** : 20/30 : Félicitations pour l'utilisation de StackEdit ! Ce qui est fait est bien. Revoir la fin des exercices.


Exercice 1.1 : explique pourquoi cet intervalle de définition.

1.2 : revoir la lecture.

1.3 : interprétation ?

1.4 : parenthèses.

1.5 : justifie le signe !

 **GA.Te** : 20/30 : Objet du mail + nom des fichiers + lignes non numérotées : la prochaine fois ce travail sera considéré comme non rendu ! mois de naissance ? deux fois la même feuille... Ce qui est fait est Bien.

Exercice 1.1 : pourquoi cet intervalle ?

1.2 : Comment lis-tu cela ??

1.3 : \Leftrightarrow n'est pas une abréviation !

Exercice 2.3 : explique ce que tu calcules ! $\frac{18}{2}$ le trait principal est sur la ligne de calcul !

2.4 : bon début. À finir.



GO.Em : 12/30 : nom des fichiers ? Une feuille manquante. Numérotation des lignes ? Décevant : tu avais le droit d'utiliser les cahiers de cours et d'exercices !

Exercice 1.5 : tu dois justifier le signe !

1.6 : pourquoi ce tableau permet-il de répondre à la question ?
Conclusion ?

Exercice 2.3 : comment calculs-tu l'aire d'un triangle ? Arnaque dans les calculs ??

Exercice 3.1 : calcul des termes de (u_n) ?

3.2 : u_n , cohérent avec le tableau.



KI.In : 28/30 : Excellent travail ! Très bien rédigé, félicitations ! Essaie de grouper les fichiers .pdf en un seul.

ligne 10 : pour les copies d'écran de la Numworks, tu peux passer par leur site et utiliser l'application en ligne. Je trouve cela plus simple.

ligne 29 : les *courbes* se coupent (pas les fonctions).

ligne 34 : sans les parenthèses $(x + 1)$ le calcul est faux.

ligne 39 : le « signe de a » définit l'orientation de la parabole ; le signe de P dépend de celui de a et de celui de Δ .

ligne 65 à 75 : tu as déjà fait ces calculs !!

ligne 112 : explique ce que tu calcules.

ligne 131 et suivantes : pourquoi n'as-tu pas fini ?



LE.Ti : 21/30 : Assez bon devoir, ce qui est fait est globalement correct.
Attention à la rédaction des calculs (oubli fréquent des parenthèses)!!

ligne 1 : tu oublies la question 1 ?

ligne 3 : je ne comprends pas comment tu lis cela ?

ligne 7 : rédactions : 2 n'est pas un point...

ligne 12 : parenthèses ! le calcul est faux sinon.

ligne 25 et suivantes : le tableau de signe est faux ! « signe de x_1 » ne veut rien dire.

ligne 40 : rédaction : $x >??$

ligne 42 : je ne comprends pas.

ligne 53 : $2x^2$

ligne 55 : le carré a disparu ?

ligne 62 : parenthèses ! le calcul est faux sinon.

ligne 70 : TBien pour le schéma.

ligne 93 : $\frac{75}{4}$

ligne 95 : pourquoi chercher la valeur de Δ ?



MA.Ga : 21/30 : numérote les lignes ; mois ? Ce qui est fait est Bien.

Exercice 1.2 : revoir lecture graphique.

1.5 : justifie le signe de P.

1.6 : explique pourquoi ce tableau de signe répond à la question. Erreur de signe sur $[0;1]$.

Exercice 2.4 : erreur de raisonnement : « si je prends x qui a pour valeur maximale x »??. Bonne idée de soustraire des aires, mais tu en oublies...

Exercice 3.2 : énoncé : u_v ??



NG.Da : 15/30 : Essai de faire un seul fichier .pdf. Des incohérences.

Exercice 1.1 : explique !

1.2 : revoir lecture graphique. Pourquoi « donc » ?

1.4 : je ne comprends pas... Revoir la méthode.


1.5 : justifie le signe.

1.6 : explique pourquoi ce tableau. Signe de x ?? Est-ce cohérent avec la lecture graphique ?

Exercice 2.3 : je ne comprends pas. Un x apparaît ?

2.4 : base et hauteur de MIN??

Exercice 3.2 : si tu résous une inéquation (bonne idée), fais le correctement !

 **PH.Jy** : 25/30 : Merci de numéroter les fichiers dans l'ordre ! Il existe des applications qui permettent de découper proprement la photo pour n'avoir que la feuille... Très bon devoir.

ligne 1 : pourquoi ?

ligne 3 : par lecture graphique tu obtiens des racines carrées ?

ligne 15 : donc $P(x) = 0$ admet deux solutions

ligne 25 : pourquoi ce tableau de signes répond-t-il à la question ? lignes mal placées.


 **RO.Ki** : 18/30 : Numérote les lignes. Mois de naissance ? Essaie de faire un seul fichier .pdf. Ce qui est fait est Bien.

Exercice 1.1 : Explique.

1.2 : revoir lecture graphique : incohérent avec le schéma.

1.5 : rédaction : le signe de P est ...

Exercice 2.1 : rédaction A est un point de la figure.

 **RO.Io** : 21/30 : essaie de ne faire qu'un seul fichier .pdf. Numérotation des lignes ? Ce qui est globalement correct. Attention à la rédactions et aux incohérences dans certaines réponses.

Exercice 1.1 : tu ne **peux pas** calculer $g(-1)$!! Revoir la rédaction.

1.2 : attention \cap signifie « et » ; \cup signifie « ou ».


1.4 : ta rédaction ne permet pas de comprendre que tu vérifies.

1.5 : justifie le signe de P.

1.6 : tu dois écrire les valeurs exactes dans le tableau de signes.

Exercice 2.3 : revoir rédaction. Ne pars pas de la réponse !

2.4 : erreurs de signes. Incohérent : les valeurs ne sont pas dans l'ensemble de définition ! De plus les racines sont les valeurs qui annulent le polynôme...

 **SO.Da** : 19/30 : numérote les lignes. Ce qui est fait est bien. (TBien pour les suites!)


Exercice 1.1 : explique pourquoi ce calcul.

1.2 : attention à la fenêtre d'affichage...

1.5 : signe – dans le tableau?

Exercice 2 : attention \Rightarrow n'est pas une abréviation!

2.3 : x ?


 **SR.Ph** : 14/30 : Bel effort pour StackEdit. Tu dois justifier tes calculs. Attention rédaction.

Exercice 1.1 : g n'est pas un quotient. Ensemble de définition?

1.2 : revoir la lecture graphique.

1.4 : revoir rédaction. Développer...

1.5 : attention énoncé : tu ne travailles pas sur le bon polynôme. ce sont des valeurs approchées, donc \approx . Attention signe! Valeurs du tableau incohérentes avec les calculs. Justifie le signe!

 **TA.Da** : 16/30 : Poids du fichier! Lignes non numérotées et les pages ne sont pas dans l'ordre!! Mois de naissance? **Rédaction à revoir!**

Exercice 1.1 : justifie. Les intervalles se notent entre crochets!

1.4 : calcul à détailler.


1.5 : justifie le signe de P !

1.6 : explique pourquoi ce tableau répond à la question. Conclusion?

Exercice 2.3 : notation : $[IC]$ est un segment, pas une longueur. Revoir la rédaction des calculs!

2.4 : bonnes idées, conclusion?

Exercice 3.2 : revoir la rédaction des réponses!

 **TO.Ja** : 15/30 : Numérote les lignes. Attention erreurs de calcul.

Exercice 1.1 : revoir la notion de valeur interdite et d'ensemble de définition.

1.2 : comment lis-tu le graphique ?

1.3 : ce ne sont pas les fonctions qui se coupent, mais les courbes.

1.4 : je ne comprends pas tes calculs.

Exercice 2.3 : tu dois multiplier le numérateur ET le dénominateur par le même nombre ! Attention calculs : $7 \times 5,25 \neq 3,75$!

Exercice 3.2 : je ne comprends pas ce que tu fais.

 **WO.Ya** : 12/30 : numérote les lignes. Ce qui est fait est globalement correct. Mais il faut en faire plus !

Exercice 1.1 : explique pourquoi ce calcul

1.2 : il manque un intervalle.

1.3 $g(0)$!!

1.5 : valeurs approchées : \approx et pas =
justifie le signe.

1.6 : à finir

Exercice 2 : à finir

Exercice 3.1 : revoir calculs pour v_n