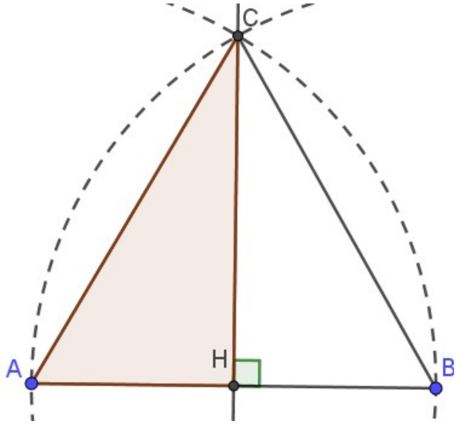
Aire du triangle équilatéral

Hauteur : droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé; ici H est le pied de la hauteur.

On peut aussi dire que H est le **projeté orthogonal** de C sur la droite (AB)

Triangle équilatéral : les trois côtés ont la même longueur, c'est AB.



Droites particulières du triangle :

	Sommet	⊥	Milieu
HauTeur	X	X	
Médiane	X		X
MédiaTrice		X	X

Bissectrice : coupe l'angle en deux angles de même mesure.

Retour au problème

Dans le cas particulier du triangles équilatéral, la hauteur et la médiane sont confondues : donc H est le milieu du segment [AB].

Donc $AH=\frac{1}{2}AB$

Le triangle AHC est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$$CH^2=AB^2-AH^2$$

$$CH^2=AB^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2=AB^2-\frac{AB^2}{2^2}=AB^2-\frac{AB^2}{4}$$

$$CH^2=\frac{AB^2}{1}-\frac{AB^2}{4}=\frac{AB^2\times 4}{1\times 4}-\frac{AB^2}{4}=\frac{4\,AB^2}{4}-\frac{AB^2}{4}$$

$$CH^2=\frac{4\,AB^2-AB^2}{4}=\frac{3\,AB^2}{4}$$

d'où : $CH=\sqrt{\frac{3\,AB^2}{4}}=\frac{\sqrt{3\times AB^2}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{AB^2}}{2}=\frac{\sqrt{3}\,AB}{2}$

on vient d'utiliser la règle

(1) $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $a\geq 0$ et $b>0$

(2) $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ avec $a\geq 0$ et $b\geq 0$

(3) $\sqrt{a^2}=a$ avec $a\geq 0$

Attention $\sqrt{(-5)^2}=5$ donc il faut préciser que AB est une longueur et qu'une longueur est toujours positive.

Conclusion

L'aire du triangle ABC : $Aire=\frac{AB\times HC}{2}=\frac{1}{2}\times AB\times HC$

$$Aire=\frac{1}{2}\times AB\times\frac{\sqrt{3}\,AB}{2}=\frac{1\times AB\times\sqrt{3}\times AB}{2\times 2}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times AB^2$$