C02

NOM ....- Date de naissance ....

Exercice 1 — Ensembles de nombres

7 points

1. Écrire le calcul sous sa forme « naturelle », donner la nature du nombre obtenu. A = `(2 * 3)/4 + m` $= \dfrac{2 \times 3}{4} + m = 1{,}5 \times m$, c'est un décimal.
2. Donner l'écriture « en ligne » du calcul suivant, puis donner la nature du nombre obtenu. $B = 6 - \dfrac{2}{(5+m) \times 5}$

   `= 6 - 2/((3 + m) * 5)`; janvier, février, mai et juillet donnent des décimaux, les autres mois donnent des rationnels.
3. **a)** Représenter sur un axe l'ensemble des réels x tels que $x \leqslant 6{,}5$.

   b) Représenter sur un axe l'ensemble des réels x tels que $20 \geqslant x > m$.
4. Soit n un entier pair, déterminer (en justifiant) la parité de $m \times n$.

   n est un entier pair, on peut l'écrire $n = 2k$ avec k un entier quelconque.
   $P = n \times m = 2k \times m = 2 \times (k \times n)$ donc P est le produit de 2 et d'un entier : c'est un entier pair.

Exercice 2 — Problème

5 points

Soit le nombre $A = \dfrac{886\,731\,088\,897 \times m}{627\,013\,566\,048}$

1. Déterminer la nature de A, puis donner une valeur approchée avec 9 chiffres à la partie décimale (ou moins si votre machine en affiche moins...)

A est un nombre rationnel.

mois	A
1	1,414 213 562
2	2,828 427 125
3	4,242 640 687
4	5,656 854 249
5	7,071 067 812
6	8,485 281 374
7	9,899 494 937
8	11,313 708 499
9	12,727 922 061
10	14,142 135 624
11	15,556 349 186
12	16,970 562 748

2. EFGH est un carré de côté m.

a) Citer une de ses diagonales et calculer la valeur exacte de sa longueur ℓ à l'aide de la calculatrice (ce devrait être un résultat avec une racine carrée ; sinon demander de l'aide à votre professeur de mathématiques préféré).

les diagonales sont [EG] et [FH], comme EFGH est un carré elle sont de même longueur.
D'après le théorème de Pythagore : $EG^2 = FE^2 + FG^2 = m^2 + m^2 = 2m^2$
Quand on tape $\sqrt{2m^2}$, la calculatrice affiche $m\sqrt{2}$.

b) Donner la nature de ℓ. ℓ est irrationnel.

c) Donner une valeur approchée ℓ avec autant de chiffres à la partie décimale que A. ce sont les mêmes valeurs que A.

3. Comparer les nombres ℓ et A.

On pourrait penser que les nombres sont égaux car leurs premières décimales sont le mêmes, mais ce n'est pas possible car ils ne sont pas de la même nature.

Exercice 3 — Problème

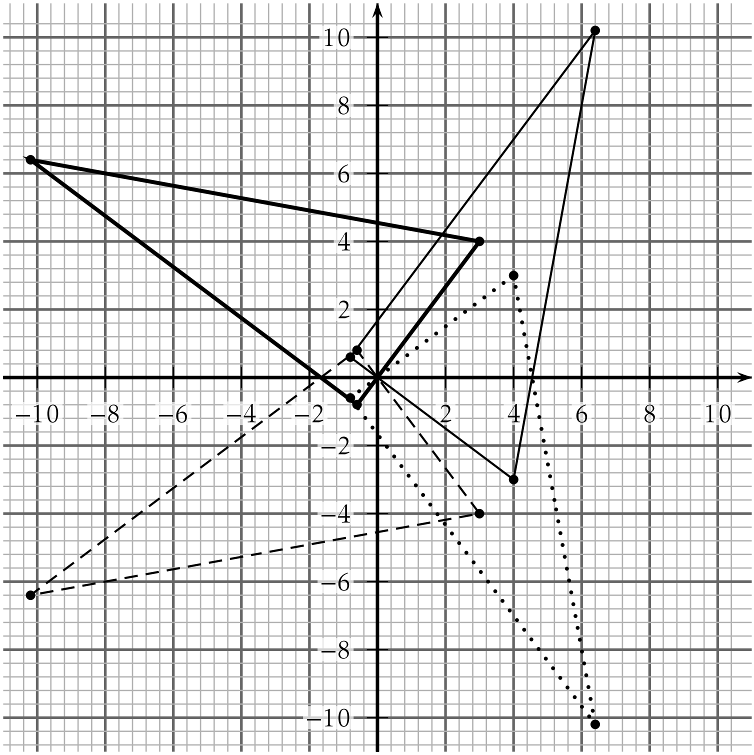
8 points

Le repère est orthonormé. Prendre les coordonnées des points dans la colonne correspondant au numéro de votre mois de naissance.

m	1 ; 2 ; 3	4 ; 5 ; 6	7 ; 8 ; 9	10 ; 11 ; 12
B	(4 ; −3)	(3 ; −4)	(3 ; 4)	(4 ; 3)
E	(6,4 ; 10,2)	(−10,2 ; −6,4)	(−10,2 ; 6,4)	(6,4 ; −10,2)
C	(−0,8 ; 0,6)	(−0,6 ; 0,8)	(−0,6 ; −0,8)	(−0,8 ; −0,6)

1. Donner la nature des coordonnées de C. les coordonnées de C sont des nombres décimaux.
2. Placer les points dans le repère. Quelle semble être la nature du triangle BEC ? Le triangle semble être rectangle en C.
3. Démontrer la conjecture formulée à la question précédente.
   À l'aide de la formule : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 - (y_B - y_A)^2$:
   $CB^2 = 36$; $CE^2 = 144$ et $BE^2 = 180$;
   donc $BE^2 = CB^2 + CE^2$, le triangle est rectangle en C.
4. Calculer une valeur approchée au millième du périmètre de BEC. Louna pense reconnaître le produit d'un nombre célèbre par 10 : quel est ce nombre ?

   Le périmètre de BEC est $BE+EC+CE = \sqrt{36}+\sqrt{144}+\sqrt{180} \approx 31{,}416 \approx 10\times\pi$



un petit carreau vaut 0,4

Exercice 4 — Devoir maison pour le 03/11/20

Le repère est orthonormé.

1. Placer les points $M(-0{,}5\,;0)$, $Q(-1\,;3{,}5)$, $N(3\,;0{,}5)$ et $E(1\,;2)$.
2. Déterminer la nature du triangle MEQ.

   $EQ^2 = (x_Q - x_E)^2 + (y_Q - y_E)^2 = (-1-1)^2 + (3{,}5-2)^2$
   $= (-2)^2 + 1{,}5^2 = 4 + 2{,}25 = 6{,}25$.
   Donc $EQ^2 = EM^2$, donc $EQ = EM$: le triangle est isocèle en E.
   de plus $MQ^2 = EM^2 + EQ^2$, le triangle est rectangle en E.
   Donc le triangle MEQ est isocèle rectangle en E.
3. Calculer les coordonnées de P, symétrique de M par rapport à E.

   P symétrique de M par rapport à E signifie que E est le milieu du segment [PM] : donc
   $x_E = \dfrac{x_P + x_M}{2} \Leftrightarrow 1 = \dfrac{x_P - 0{,}5}{2} \Leftrightarrow 2 = x_P - 0{,}5 \Leftrightarrow x_P = 2{,}5$
   $y_E = \dfrac{y_P + y_M}{2} \Leftrightarrow 2 = \dfrac{y_P - 0}{2} \Leftrightarrow 4 = y_P$
   les coordonnées de P sont $(2{,}5\,;4)$
4. Déterminer la nature du quadrilatère MNPQ (commencer par démontrer que MNPQ est un parallélogramme).

MNPQ semble être un carré.

a) Montrons que MNPQ est un parallélogramme.
Il faut que ses diagonales [MP] et [QN] se coupent en leur milieu.
On sait (par symétrie) que E est le milieu de [MP].
Vérifions que E est le milieu de [QN].
$\dfrac{x_Q + x_N}{2} = \dfrac{-1+3}{2} = 1 = x_E$
$\dfrac{y_Q + y_N}{2} = \dfrac{3{,}5+0{,}5}{2} = 2 = y_E$
donc E est le milieu de [QN], donc MNPQ est un parallélogramme.

b) Un carré est un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur et qui sont perpendiculaires entre elles.
MEQ est un triangle isocèle, donc ME = QE, puis 2ME = 2QE : les diagonales [MP] et NQ] sont de même longueur (car E es le milieu des diagonales) ;
MEQ est un triangle rectangle, donc les diagonales [MP] et NQ] sont perpendiculaires.

c) Conclusion : MNPQ est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur : c'est un carré.