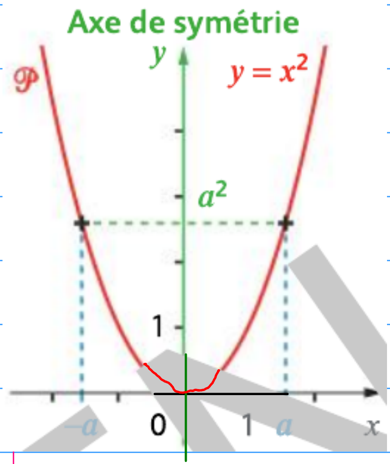
a Fonction carré

donc pour tous les nombres, on peut calculer son carré (on le savait...)

Définition La **fonction carré** est définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \mapsto x^2$.
Sa courbe représentative dans un repère orthonormé est une **parabole** $\mathscr{P}$ de sommet l'origine du repère.

ne pas oublier : un carré est TOUJOURS positif



Axe de symétrie : si on plie selon l'axe des ordonnées, les deux parties de la courbe sont superposées.

Exercice p 223 n° 6

6 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $x^2 \leqslant 81$ **2.** $3x^2 + 75 < 0$

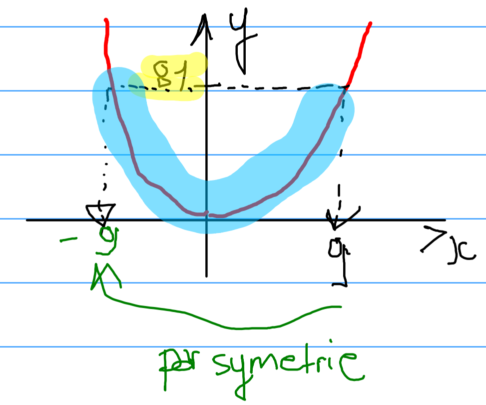
3. $2x^2 - 18 \geqslant 0$ **4.** $9x^2 > 1$

5. $x^2 + 3 < 1$ **6.** $3x^2 - 4 \geqslant 8$

La technique : travailler à l'aide de la représentation gaphique de la fonction carrée

Donc il va falloir dessiner rapidement plein de "petites paraboles"

1)



on accepte l'idée que la courbe est SYMETRIQUE (même si mon schéma est mal fait)

$x^2 \leqslant 81$

il faut être "en dessous" de 81

donc $x \in [-9;9]$

2) $2x^2 - 18 \geqslant 0$

$+18 \quad +18$

attention : il faut avoir x^2 tout seul.

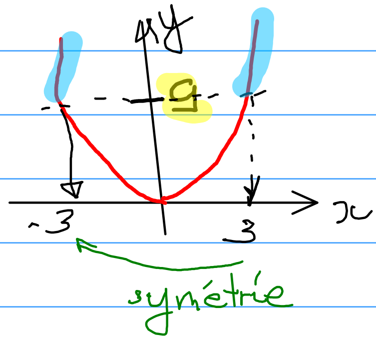
même opération de chaque côté

$\Leftrightarrow 2x^2 \geqslant 18$

$\Leftrightarrow \frac{2x^2}{2} \geqslant \frac{18}{2}$

l'ordre ne change pas, car on divise par un POSITIF

$\Leftrightarrow x^2 \geqslant 9$



on doit être "au dessus" de 9

$x^2 \geqslant 9$

$\Leftrightarrow x^2 \in]-\infty ; -3] \cup [3 ; +\infty[$

3) $3x^2 + 75 < 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 75 - 75 < 0 - 75$

$\Leftrightarrow 3x^2 < -75$

$\Leftrightarrow \frac{3x^2}{3} < \frac{-75}{3}$

on divise par un positif : l'ordre ne change pas

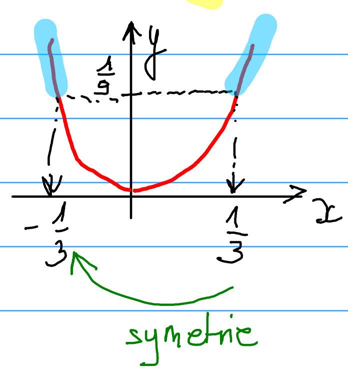
$\Leftrightarrow x^2 < -25$

or un carré est TOUJOURS positif, donc l'inéquation n'a pas solution.

4) $9x^2 > 1$

$\Leftrightarrow \frac{9x^2}{9} > \frac{1}{9}$

$\Leftrightarrow x^2 > \frac{1}{9}$



donc $x \in]-\infty ; -\frac{1}{3}[\cup]\frac{1}{3} ; +\infty[$

5) $x^2+3<1$

$\Leftrightarrow x^2+3-3<1-3$

$\Leftrightarrow x^2<-2$

or un carré est TOUJOURS positif, donc l'inéquation n'a pas solution.

6) $3x^2-4\geqslant 8$

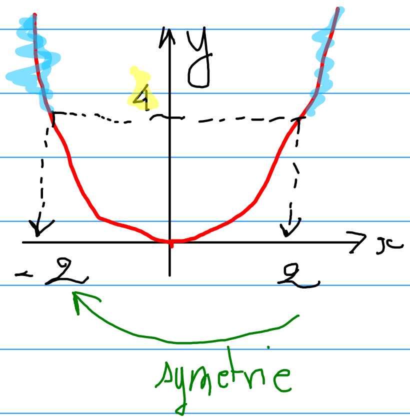
Rappel : il faut comparer à x^2

$\Leftrightarrow 3x^2-4+4\geqslant 8+4$

$\Leftrightarrow 3x^2\geqslant 12$

$\Leftrightarrow \dfrac{3x^2}{3}\geqslant\dfrac{12}{3}$

$\Leftrightarrow x^2\geqslant 4$



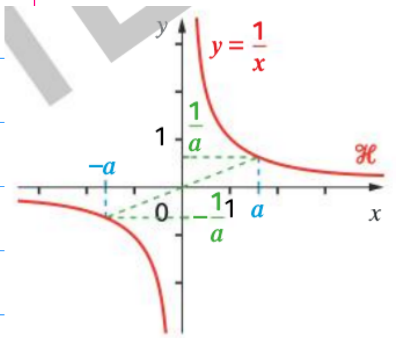
donc $x\in\,]-\infty\,;-2]\cup[2\,;+\infty[$

b Fonction inverse

Définition La **fonction inverse** est définie sur la réunion d'intervalles $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$, noté $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ ou $\mathbb{R}^*$, par : $x\mapsto\dfrac{1}{x}$.

on ne peut pas diviser par 0

Sa courbe représentative dans un repère orthonormé est une **hyperbole** $\mathscr{H}$ qui admet l'origine du repère pour centre.



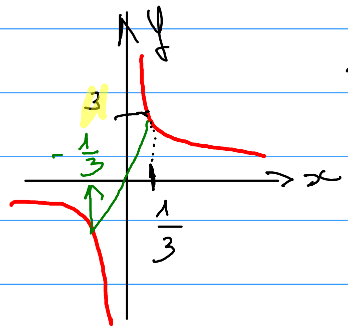
la courbe admet un CENTRE de symétrie

p 223 n° 7

Même technique de travail à l'aide de la courbe.
On va dessiner rapidemment des hyperbole (et se rappeller qu'il y a un centre de symétrie)

1) $\frac{1}{x} = 3$

symetrie (inutile ici...)



$\frac{1}{x} = 3$

$\iff$ inverse$\left(\frac{1}{x}\right)$ = inverse(3)

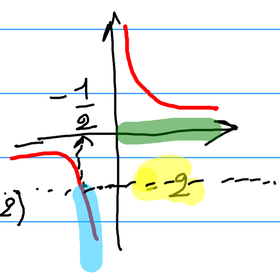
$\iff x = \frac{1}{3}$

2) $\frac{1}{x} < -2$

On travaille avec =

inverse$\left(\frac{1}{x}\right)$ = inverse(-2)

$x = -\frac{1}{2}$



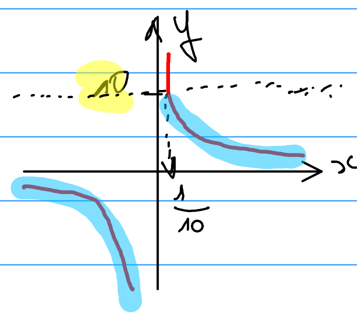
Donc $x \in \left]-\frac{1}{2} ; 0\right[$

Attention, si x est positif, la courbe est au-dessus de - 2 !

3) $\frac{1}{x} < 10$

inverse$\left(\frac{1}{x}\right)$ = inverse(10)

$x = \frac{1}{10}$

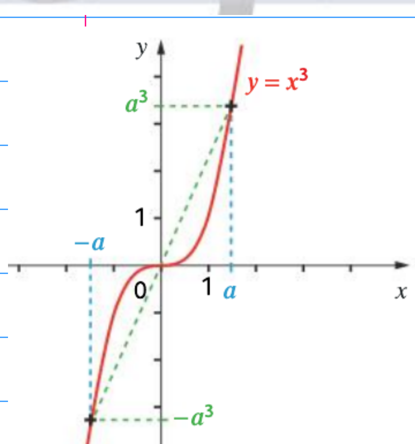


en dessous de 10

donc $x \in \left]-\infty ; 0\right[\cup \left]\frac{1}{10} ; +\infty\right[$

C Fonction cube

Définition La fonction cube est définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \mapsto x^3$.



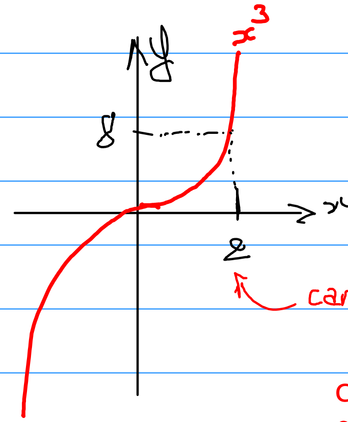
la courbe est SYMETRIQUE par rapport à l'origine du repère

pour les exercices : même méthode.
On dessine des cubiques en se rappelant qu'il y a une symétrie centrale.

p 223 n° 8

1) $x^3 = 8$

$\iff x = 2$

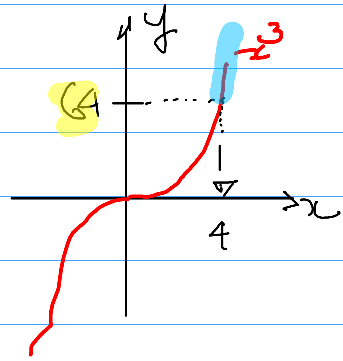


car $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

c'est bien de connaître les cubes
de 1 ; 2; 3; 4; 5 ; 10

2) $x^3 > 64$

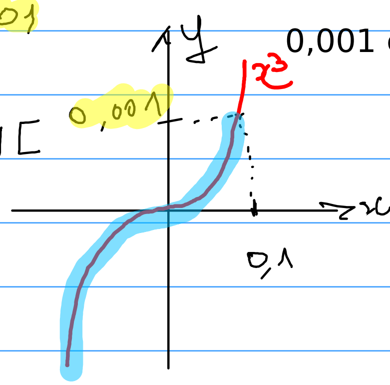
$\iff x > 4$



car $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

3) $x^3 < 0{,}001$

$\iff x \in \,]-\infty\,;\,0{,}1[$



0,001 c'est 1 millième, donc 0,1 * 0,1 * 0,1

1 millième $= 10^{-3} = 10^{-1 \times 3} = (10^{-1})^3$

Rappel : $(x^n)^p = x^{n \times p}$