

Puissances de 2

En base 10, on utilise dix chiffres (dix symboles) pour écrire tous les nombres. Le nombre 1234 correspond à :

$$\begin{aligned}1234 &= 1 \times 1000 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 4 \\ &= 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0\end{aligned}$$

En base 2, on utilise deux chiffres (deux symboles 0 et 1) pour écrire tous les nombres. Le nombre 1234 en base 10 doit s'écrire en base 2 à l'aide de 0 et de 1.

On travaille en base 10.

$$\begin{aligned}\text{On sait que } 2^0 &= 1 \quad ; \quad 2^1 = 2 \quad ; \quad 2^2 = 4 \quad ; \\ 2^3 &= 2^{2+1} = 2^2 \times 2^1 = 8 \quad ; \quad 2^4 = 2^{3+1} = 2^3 \times 2^1 = 16 \quad ; \dots ; \\ 2^{10} &= 1024\end{aligned}$$

remarque $2^{10} \approx 10^3$

on remarque :

$$\begin{aligned}1234 &= 1024 + 210 = 1024 + 128 + 82 \\ &= 1024 + 128 + 82 = 1024 + 128 + 64 + 18 \\ &= 1024 + 128 + 64 + 18 = 1024 + 128 + 64 + 16 + 2\end{aligned}$$

$$\text{donc } 1234 = 2^{10} + 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^1$$

$$\begin{aligned}1234 &= 1 \times 2^{10} + 0 \times 2^9 + 0 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 \\ &+ 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0\end{aligned}$$

donc 1234 (en base 10) s'écrit 10011010010 (en base 2)

Autre exemple : 77 (en base 10) s'écrit

$$77 = 64 + 13 = 64 + 8 + 4 + 1$$

$$77 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

77 (en base 10) s'écrit 1001101 (en base 2)

Le nombre 77 apparaît sur les cartes commençant par 1 ; 4 ; 8 et 64.