P 114 n° 57

Aire de la partie colorée ($\mathscr{A}$) : aire du DISQUE (de rayon *r*) moins l'aire du carré (de côté *c*).

$$\mathscr{A}=\pi\times r^2-c^2$$

On sait que $r=4\sqrt{2}$

On cherche l'aire du carré.

remarque : le cercle est le cercle *circonscrit* au carré ABCD.
Par construction le triangle ABC est *isocèle rectangle* en B.

idée 1

D'après le th. De Pythagore : $AC^2=BC^2+BA^2(*)$

Dans un carré, les diagonales se coupent en leur milieu,
donc O est le milieu [AC],
donc $AC=2\times OC=2\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

Dans un carré, les consécutifs sont égaux,
donc *BC* = *BA.*

Donc (*) va s'écrire :

$$(8\sqrt{2})^2=BC^2+BC^2$$

on sait que $(a\times b)^n=a^n\times b^n$
vérification $(2\times 4)^3=8^3=8\times 8\times 8=512$

$2^3 \times 4^3 = 8 \times (4 \times 4 \times 4) = 8 \times 64 = 512$

d'où $(8\sqrt{2})^2 = 8^2 \times (\sqrt{2})^2 = 64 \times 2 = 128$

donc (*) s'écrit $128 = 2 \times BC^2$

$\frac{128}{2} = \frac{2BC^2}{2}$

$64 = BC^2$

on sait que $8^2 = 64$, donc BC = 8.

remarque : on avait déjà trouvé l'aire du carré, c'est $BC^2 = 64$

idée 2

Les diagonales d'un carré sont égales,

donc AC = DB

Les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu,

donc OC = OB

d'où le triangle OCB est isocèle en O.

Dans un carré, les diagonales sont perpendiculaires,

donc OCB est donc isocèle rectangle en O.

D'après le th. De Pythagore : $OC^2 + OB^2 = BC^2$

On sait que $OC = OB = 4\sqrt{2}$

donc $(4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 = BC^2$

$4^2 \times (\sqrt{2})^2 + 4^2 \times (\sqrt{2})^2 = BC^2$

$$16 \times 2 + 16 \times 2 = BC^2$$

donc $BC^2 = 64$

Conclusion : aire de la partie bleue

$$\mathscr{A} = \pi \times r^2 - c^2$$

$\mathscr{A} = \pi \times \left(4\sqrt{2}\right)^2 - 64$ (on sait que $c^2 = 64$, c'est l'aire du carré).

$$\mathscr{A} = 32\pi - 64$$