

Exercice 1 — Internet

9 points

D'après BAC : Ponichéry, mai 2018 - exercice 1

Le tableau suivant donne le nombre d'abonnements à internet en très haut débit en France du premier trimestre 2015 au quatrième trimestre 2016.

Trimestre	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄
	2015	2015	2015	2015	2016	2016	2016	2016
Abonnements (en millions)	3,56	3,63	3,88	4,3	4,5	4,77	5,04	$5 + \frac{m}{10}$

Partie A – Modèle 1

Une première étude permet d'envisager que le nombre d'abonnements à internet en très haut débit en France pourrait continuer à augmenter de 300 000 unités chaque trimestre, à partir de la fin de l'année 2016.

On note u_n le nombre d'abonnements, en millions, à internet en très haut débit en France au bout de n trimestres à partir de la fin de l'année 2016. Ainsi

$$u_0 = 5 + \frac{m}{10}.$$

- Calculer u_1 (c'est un nombre appartenant à $[5,4; 6,5]$).

$$300\,000 = 0,3 \text{ millions, donc } u_1 = u_0 + 0,3$$

- Quelle est la nature de la suite ? Donner sa raison. (u_n) est une suite arithmétique de raison 0,3

- Exprimer u_n en fonction de n . $u_n = u_0 + 0,3 \times n$

- Avec ce modèle, déterminer le nombre d'abonnés au deuxième trimestre de l'année 2018.

$$\text{Le deuxième trimestre de l'année 2018 correspond à } n = 6;$$

$$u_6 = u_0 + 0,3 \times 6 = \dots$$

Partie B – Modèle 2

Une autre étude permet d'envisager que le nombre d'abonnements à internet en très haut débit en France pourrait continuer à augmenter de 6% chaque trimestre, à partir de la fin de l'année 2016.

On note v_n le nombre d'abonnements, en millions, à internet en très haut débit en France au bout de n trimestres à partir de la fin de l'année 2016. Ainsi $v_0 = 5 + \frac{m}{10}$.

1. Calculer v_1 en arrondissant au centième (c'est un nombre appartenant à $[5,41; 6,58]$).

Augmenter de 6% revient à multiplier par $\left(1 + \frac{6}{100}\right)$;

$$\text{donc } v_1 = \left(1 + \frac{6}{100}\right) \times v_0.$$

2. Quelle est la nature de la suite ? Donner sa raison. (v_n) est une suite géométrique de raison 1,06
3. Exprimer v_n en fonction de n . $v_n = v_0 \times 1,06^n$
4. Avec ce modèle, déterminer le nombre d'abonnés au deuxième trimestre de l'année 2018.
Le deuxième trimestre de l'année 2018 correspond à $n = 6$;
 $v_6 = 5,43 \times 1,06^6 = \dots$

Exercice 2 — Recyclage

11 points

D'après Bac : Métropole - Réunion, juin 2019 - exercice 2

On s'intéresse au recyclage des emballages ménagers en plastique issus de la collecte sélective (EMPCS).

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la masse d'EMPCS recyclés entre 2011 et 2016. Cette masse est exprimée en millier de tonnes et arrondie au millier de tonnes.

Année (x_i)	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Masse d'EMPCS recyclés (y_i)	229	243	250	256	266	282

Source : <http://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr>, consulté le 21/01/2019

Partie A – Premier modèle

1. Déterminer les coefficients a et b de la droite de régression d'équation $y = ax + b$ obtenue par la méthode des carrés. Arrondir a au dixième et b à la centaine la plus proche.

$$y = 9,7x - 19300$$

2. À l'aide de ce modèle, estimer la masse de déchets recyclés en 2020. pour $x = 2020$, $y = 294$. En 2020, 294 tonnes de déchets seront recyclés.

Partie B – Pourcentages

1. Expliquer pourquoi le pourcentage d'augmentation équivalent à cinq augmentations successives de 4,2% est 23%.

Augmenter de 4,2% c'est multiplier par $\left(1 + \frac{4,2}{100}\right) = 1,042$.

Cinq augmentations successives c'est multiplier cinq fois de suite par 1,042, c'est à dire par $1,042^5 \approx 1,23$, soit une augmentation de 23%.

2. Vérifier que le taux d'évolution global de la masse d'EMPCS recyclés entre 2011 et 2016, exprimé en pourcentage et arrondi à l'unité, est de 23%.

En 2011, la masse de déchets est 229. Si elle augmente de 23% on trouve $\left(1 + \frac{23}{100}\right) \times 229 \approx 282$, ce qui correspond à la masse d'EMPCS en 2016.

Partie C – Deuxième modèle

On fait l'hypothèse qu'à partir de 2016, le taux d'évolution annuel de la masse d'EMPCS recyclés est constant et égal à 4,2%.

La masse d'EMPCS recyclés au cours de l'année $(2016 + n)$, exprimée en millier de tonnes, est modélisée par le terme de rang n d'une suite (u_n) de premier terme $u_0 = 282$.

1. Justifier que la suite (u_n) est géométrique. Préciser sa raison.

Chaque année la masse de déchets augmente de 4,2%, elle est donc multipliée par $\left(1 + \frac{4,2}{100}\right) = 1,042$ chaque année.

C'est la définition par récurrence d'une suite géométrique de raison 1,042.

2. Exprimer u_n en fonction de l'entier n . $u_n = u_0 \times 1,042^n = 282 \times 1,042^n$
3. À l'aide de ce modèle, donner une estimation de la masse d'EMPCS recyclés en 2020 (arrondir à l'entier).

2020 = 2016 + 4, donc la masse de déchets recyclés correspond à u_4 .

$u_4 = 282 \times 1,042^4 \approx 332$, c'est à dire 332 millions de tonnes.

4. On souhaite calculer le rang de l'année à partir de laquelle la masse d'EMPCS recyclés aura doublé par rapport à l'année 2016. Expliquer la méthode utilisée et donner l'année cherchée sachant que la suite (u_n) est croissante.

On sait que $u_n = 282 \times 1,042^n$, on cherche n tel que $u_n \geq 2 \times 282 = 564$.

En testant différentes valeurs de n : $u_{16} \approx 544$ et $u_{17} \approx 567$, donc $n = 17$ et l'année cherchée est $2016 + 17 = 2033$.