

Co4 : L'USINE DU PÈRE NOËL (SUITE)

NOM - Date de naissance

note sur 23 points

Dans chaque exercice, sauf indication contraire, remplacer m par le numéro de votre mois de naissance.

Exercice 1 — Coûts de stockage

14 points

Non content d'exploiter ses lutins (voir contrôle co3), le Père Noël cherche en plus à diminuer le coût de production total de ses jouets...

Le coût de production total *en euros* (noté C) est la somme du coût de fabrication (noté F) et du coût de stockage (noté S).

Arnufle, le comptable du Père Noël modélise les fonctions F et S en fonction de x , le nombre de *milliers de jouets* produits chaque jour !

Pour $x \in [0,5;10]$:

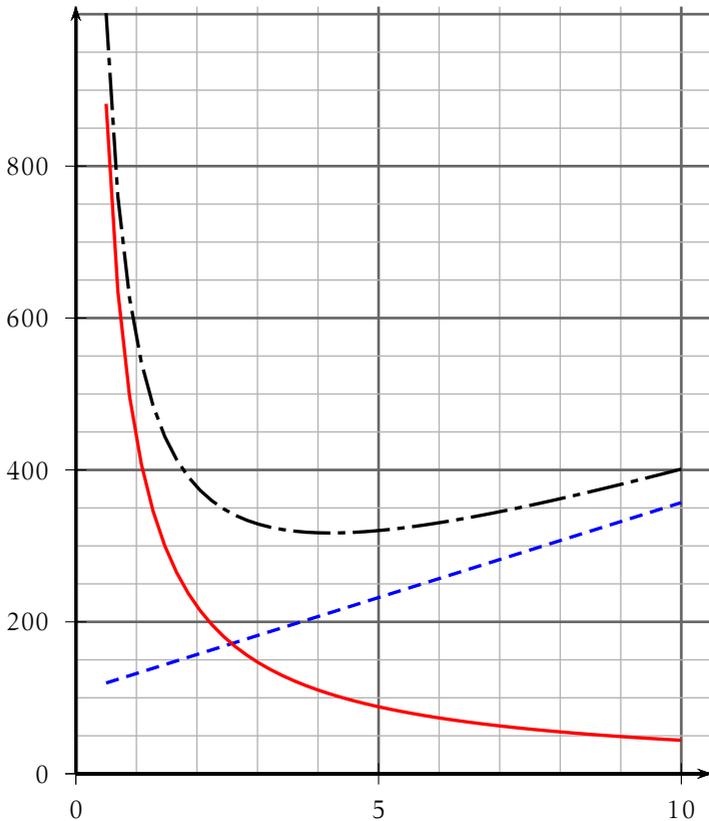
$$F(x) = 25x + (94 + m) \qquad S(x) = \frac{441}{x} \qquad C(x) = F(x) + S(x)$$

- Déterminer le nombre minimum et le nombre maximum de jouets produits chaque jour. au minimum : 0,5 milliers, soient 500 et au maximum 10 milliers, soient 10 000 jouets.
- Comme tout bon comptable, Arnufle utilise un tableur pour effectuer ses calculs. Déterminer les formules entrées dans les cellules **A3**, **B2**, **C2** et **D2** sachant quelles ont été copiées vers le bas. **A3 = A2 + 0,1** ; **B2 = 25*A2 + 107** ; **C2 = 441/A2** et **D2 = B2 + C2**

(Attention : la copie d'écran est faite pour $m = 13$ et le formatage des sommes en euros est avec deux décimales.)

	A	B	C	D
1	Quantité (en milliers)	Fabrication (en euros)	Stock (en euros)	Coût total (en euros)
2	0,5	119,50	882,00	1001,50
3	0,6	122,00	735,00	857,00
4	0,7	124,50	630,00	754,50
5	0,8	127,00	551,25	678,25
6	0,9	129,50	490,00	619,50
7	1	132,00	441,00	573,00
8	1,1	134,50	400,91	535,41
9	1,2	137,00	367,50	504,50

3. Arnufle pense que ces données seraient plus exploitables sous forme de graphique (il construit ses graphiques avec $m = 13$).



- a) Pour une raison mystérieuse, il n'a pas mis de légende ! En justifiant votre démarche, associer à chacune des courbes la fonction (F, S ou C) correspondante.

Plusieurs possibilités :

- F est une fonction affine, donc sa représentation graphique est une droite ; S est une fonction inverse, la courbe rouge représente un arc d'hyperbole ; par élimination C est représentée par la courbe noire.
- Vérifier l'image de 1 (ou un autre nombre) à l'aide du tableau.
- Calculer l'image de 5 (ou un autre nombre) à l'aide des expressions des fonctions.

- b) En déduire grâce à une lecture graphique le coût de production minimal et le nombre de jouets à produire pour l'atteindre.

On lit que le coût minimum est d'environ 310 € et qu'il est atteint pour une production de 4000 jouets.

4. Soucieux de précision, le Père Noël demande à Arnufle une étude chiffrée ! Ce dernier étudie donc les variations de la fonction (remplacer m par le numéro de votre mois de naissance).

$$C(x) = 25x + (94 + m) + \frac{441}{x}$$

sur l'intervalle $[0,5; 10]$

- a) Vérifier que la fonction dérivée C' peut s'écrire : $C'(x) = \frac{(5x - 21)(5x + 21)}{x^2}$

$$C(x) = 25x + (94 + m) + \frac{441}{x}$$

$$\Leftrightarrow C'(x) = 25 - \frac{441}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow C'(x) = \frac{25x^2 - 441}{x^2}$$

$$\text{Posons } A(x) = \frac{(5x - 21)(5x + 21)}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = \frac{(5x)^2 - 21^2}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = \frac{25x^2 - 441}{x^2}$$

$$\text{Donc } C'(x) = \frac{25x^2 - 441}{x^2}$$

- b) En déduire le signe de $C'(x)$ sur $[0,5; 10]$, puis dresser le tableau de variations de C . Arrondir les calculs au dixième.

x	0,5	4,2	10
signe de $5x - 21(*)$	-	0	+
signe de $5x + 21$	+		+
signe de x^2	+		+
signe de $C'(x)$	-	0	+

(*) préciser : fonction affine croissante qui s'annule en $\frac{21}{5} = 4,2$; ou bien résoudre l'inéquation $5x - 21 \geq 0$.

x	0,5	4,2			10	
signe de $C'(x)$	-	0			+	
variations de C	C(0,5)	C(4,2)			C(10)	
		↘			↗	

m	1	2	3	4	5	6
C(0,5)	989,5	990,5	991,5	992,5	993,5	994,5
C(4,2)	305	306	307	308	309	310
C(10)	389,1	390,1	391,1	392,1	393,1	394,1

m	7	8	9	10	11	12
C(0,5)	995,5	996,5	997,5	998,5	999,5	1000,5
C(4,2)	311	312	313	314	315	316
C(10)	395,1	396,1	397,1	398,1	399,1	400,1

- c) En déduire le nombre exact de cadeaux pour obtenir un coût minimal et préciser ce coût. Le nombre de cadeaux qui minimise le coût est 4200, ce minimum est ...

Exercice 2 — Pourcentages

7 points

- Toujours soucieux de produire plus, à partir du 1^{er} décembre, le Père Noël décide d'augmenter chaque jours le temps de travail des lutins de 3% par rapport au jour précédent. Mais le 7 décembre, les lutins se mettent en grève : le temps de travail baisse alors de $(17 + m)\%$ par rapport au 6 décembre !
 - Déterminer, en détaillant les calculs, le taux de variation global entre le 1^{er} et le 7 décembre. Arrondir les calculs à 10^{-2} près.

$$1 \text{ dec} \xrightarrow[\times 1,03]{\nearrow 3\%} 2 \text{ dec} \xrightarrow[\times 1,03]{\nearrow 3\%} \dots \xrightarrow[\times 1,03]{\nearrow 3\%} 6 \text{ dec} \xrightarrow{\searrow (17+m)\%} 7 \text{ dec}$$

m	$1,03^5 \times \left(1 - \frac{17+m}{100}\right)$	t
1	0,95	0,05
2	0,94	0,06
3	0,93	0,07
4	0,92	0,08
5	0,9	0,1
6	0,89	0,11
7	0,88	0,12
8	0,87	0,13
9	0,86	0,14
10	0,85	0,15
11	0,83	0,17
12	0,82	0,18

b) Interpréter ce taux comme une hausse ou une baisse en pourcentage. ce sont des baisses...

Aide : Si besoin, on peut modéliser ainsi :

- le 1^{er} décembre, le temps de travail était de 100 unités de temps,
- le 2 décembre, le temps de travail augmente de 3% par rapport au 1^{er} décembre ;
- ...

2. Arnufle profite de la situation pour demander une augmentation de salaire !

Il veut que son salaire de janvier 2021 soit augmenté de $m\%$ par rapport à décembre 2020 ; puis que celui de février 2021 soit augmenté de $(3 \times m)\%$ par rapport à janvier 2021 !

a) Déterminer l'augmentation globale de salaire en pourcentage. Arrondir les résultats à 10^{-4} près.

Son salaire augmente de $m\%$ puis de $(3 \times m)\%$, il est donc multiplié par $\left(1 + \frac{m}{100}\right) \times \left(1 + \frac{3m}{100}\right)$

m	$(1 + \frac{m}{100}) \times (1 + \frac{3m}{100})$	$(1 + \frac{2m}{100})^2$
1	1,0403	1,0404
2	1,0812	1,0816
3	1,1227	1,1236
4	1,1648	1,1664
5	1,2075	1,21
6	1,2508	1,2544
7	1,2947	1,2996
8	1,3392	1,3456
9	1,3843	1,3924
10	1,43	1,44
11	1,4763	1,4884
12	1,5232	1,5376

- b) Le Père Noël pense qu'en moyenne Arnufle sera augmenté de $(2 \times m)\%$ chaque mois, et propose donc à Arnufle de l'augmenter deux mois consécutifs de $(2 \times m)\%$. Déterminer s'il s'agit ou non d'un choix avantageux pour Arnufle. Pour toutes les valeurs de m , le choix du Père Noël avantage Arnufle.

Correction



AM.Ma : 16/23 : Bien dans l'ensemble, mais la rédaction ne permet pas toujours d'être certain que tu as bien compris. C'est dommage.

Exercice 1 :

2. formules tableur, calcule $94 + 13$
3. droite, donc fonction affine. Arguments à revoir : il suffit de calculer quelques valeurs !
- 4.a Revoir la rédaction !! L'idée me semble comprise.
- 4.b signe de signe ? Tu dois justifier le signe de $(5x - 21)$!

Exercice 2

1. Une idée, revoir la rédaction.
2. revoir l'interprétation des calculs.



BI.Ma : 12/23 : Des efforts, attention à la rédaction et aux explications.

Exercice 1

1. ??
2. NON : il n'y a aucune raison d'utiliser la fonction [somme](#) !
- 3.a : revoir les arguments ! Droite / fonction affine...
- 3.b ??
- 4.a : attention à la rédaction des calculs !
- 4.b : explication sur les signes confuse.
- 4.c : revoir la lecture du minimum.

Exercice 2

coefficient *multiplicateur* et non *directeur* !

1. Pourquoi cette multiplication ? Quels calculs faire à l'aide de ton interprétation ?
2. pas de % dans les calculs !! Pourquoi le double ?



CH.Ma : 2/23 : Attention au nom et poids des fichiers ! Les questions ciblées AUT correspondent aux *Automatismes* acquis lors des années précédentes.

Exercice 1

1. égalités fausses !
3. Il faut identifier les courbes, c'est à dire associer chaque courbe à une des fonctions.
- 4.b : donc signe ?
5. Il faut répondre à l'aide du tableau de variations.

Exercice 2

Attention rédaction : égalités fausses !



JO.Ka : 13/23 : Correct dans l'ensemble sur les fonctions, mais inquiétants sur les pourcentages !

Exercice 1

- 4.a Revoir expression de v' . Attention rédaction : on veut montrer que l'expression de l'énoncé est une expression de $C'(x)$.
- 4.b Tu dois justifier le signe de $(5x - 21)$ / Calculs des valeurs extrêmes ?

Exercice 2

1. ce n'est pas 0,78.
2. on ne peut pas additionner les hausses en pourcentage !! Raisonnement à revoir, si au final cela ne change rien, le choix n'est pas avantageux.



LA.Ti : 12/23 : Bel effort de rédaction à l'aide de LibreOffice ! Des notions comprises dans l'étude de fonction. Revoir d'urgence les pourcentages !

Exercice 1

2. Attention, dans ce cas $m = 13$.
3. revoir argumentaire pour la fonction affine.
- 4.a Attention à la rédaction ! L'idée semble comprise. Tu dois vérifier en détaillant un calcul, l'expression de $C'(x)$.
- 4.b : revoir l'étude du signe. $\frac{441}{25} \neq 4,2$! C'est compliqué les tableaux, mais tu dois placer 305 au bon endroit !

Exercice 2

Une baisse de 18% ne correspond pas à un coefficient multiplicateur de 0,18 !



MA.Fo : 14/23 : L'idée générale semble comprise. Revoir la rédaction.

Exercice 1

3.a : justifie / explique tes choix !

4.a L'idée semble comprise, revoir la rédaction! Revoir la rédaction pour vérifier l'expression de la fonction dérivée.

4.b : explique le signe de $(5x - 21)$! Tableau de variations : il faut calculer les valeurs extrêmes.

4.c : Relis toi, la phrase ne veut rien dire.

Exercice 2



PH.Ar : 14/23 : Le poids des photos est énorme, mais en plus elles sont difficilement lisibles! Ce qui est fait est bien.

Exercice 1

2. Formules tableur, les symboles \div et \times n'existent pas en tableur.

3. Tu dois *expliquer* tes choix de courbe !

4.a Vérification de la forme factorisée : rédaction à revoir.

Exercice 2

1. $24 - 100 \neq 76 \dots$



RA.Ra : 18/23 : Très bon travail ! Félicitations !

Exercice 1

4.a : tu dois détailler le calcul de la dérivée ! Attention calculs !!

4.c : pourquoi 309 ?

pression.

4.a Résoudre $5x - 21 = 0$ ne permet pas de connaître le signe de l'ex-

pression factorisée est bonne / trait de fraction final ?

3. symbole multiplié ? / Revoir rédaction : on veut montrer que l'ex-

2. Formules tableur, les symboles \div et \times n'existent pas en tableur.

Exercice 1

VA.Ju : 20/23 : Orientation des pages ! Excellent travail, félicitations !





VO.Ev : 7/23 : inquiétant. Devoir bâclé.

Exercice 1

2. Revoir les formules

3. Tu dois justifier tes choix! / Relis ta phrase...

4.a Explique les calculs permettant de trouver cette dérivée! / développement : erreurs de calcul.

4.b Justifie le signe! Je ne comprends pas comment tu trouves les valeurs du tableau?

Exercice 2 : non rendu.