Suites (p 21)

n° 4

1 [→ + 5] 6 [→ + 5] 11

suite arithmétique de raison 5 et de premier terme 1.

la formule de récurrence est $u_{n+1} = u_n + 5$

n° 5

7 [→ – 2] 5 [→ – 4] 1

ce n'est pas une suite arithmétique.

n° 6

12 [→ – 8] 4 [→ – 8] – 4

suite arithmétique de raison (– 8) et de premier terme 12.

n° 9

750 euros [→ – 40] 710 [→ – 40] 670 …

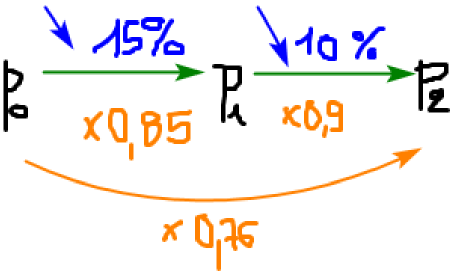
cette situation se modélise par une suite arithmétique de raison (– 40) et de premier terme 750.

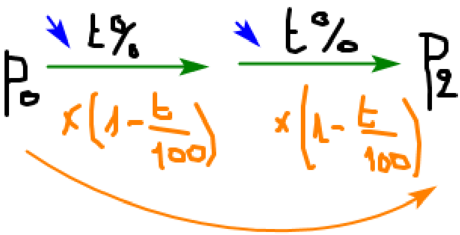
on peut écrire : $u_{n+1} = u_n - 40$ ou bien
$u_n = u_0 + r \times n = 750 - 40 \times n$

n° 15

Baisse de 15 % c'est multiplier par $\left(1-\frac{15}{100}\right)=0{,}85$

Baisse de 10 % c'est multiplier par $\left(1-\frac{10}{100}\right)=0{,}9$





donc **baisse totale** a pour coefficient multiplicateur :

$0{,}85\times 0{,}9=0{,}76$

or $0{,}76=1-0{,}24=1-\frac{24}{100}$, donc baisse totale de 24 %.

Baisse moyenne :

on cherche t tel que $\left(1-\frac{t}{100}\right)^2=0{,}76$

$$\left(\left(1-\frac{t}{100}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}=0{,}76^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(1-\frac{t}{100}\right)^{2\times\frac{1}{2}}=0{,}76^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(1-\frac{t}{100}\right)^{1}=0{,}8717$$ la baisse moyenne est de 12,83 %

$$1-\frac{t}{100}=0{,}8717$$

$$\frac{-t}{100}=-0{,}1283$$

$$t=12{,}83$$

n° 20

Perte de 6 %, chaque mois

mois 0 [perte de 6%] mois 1 [perte de 6%] mois 2 ...

mois 0 [$\times 0{,}94$] mois 1 [$\times 0{,}94$] mois 2 ...

suite géométrique de raison 0,94 et de premier terme 450 000.

$$u_n=u_0\times q^n=450\,000\times 0{,}94^n$$

Fonction inverse (p 41)

n° 5

$$f(x)=\frac{26}{x}=26\times\frac{1}{x}\quad \text{donc}\quad f'(x)=26\times\frac{-1}{x^2}=\frac{-26}{x^2}$$

(nombre $\times$ fonction) a pour dérivée (nombre $\times$ fonction dérivée)

$g(x)=-\frac{12}{x}=-12\times\frac{1}{x}$ donc

$g'(x)=-12\times\frac{-1}{x^2}=\frac{-12\times(-1)}{x^2}=\frac{12}{x^2}$

$h(x)=-\frac{1}{x}=-1\times\frac{1}{x}$ donc

$h'(x)=-1\times\frac{-1}{x^2}=\frac{-1\times(-1)}{x^2}=\frac{1}{x^2}$

n° 8

$f(t)=5t^2-6t+\frac{37}{t}$ on remarque $f(t)=5t^2-6t+\frac{37}{t}$

la dérivée de *f* est la somme de la dérivée de $5t^2-6t$ et de la dérivée de $\frac{37}{t}$

pour $5t^2-6t$ on reconnaît une fonction de la forme ax^2+bx+c avec $a=5$ et $b=-6$ et $c=0$.

la dérivée de ax^2+bx+c est $2ax+b$

donc $f(t)=5t^2-6t+\frac{37}{t}$

$f'(t)=2\times5\times t+(-6)+\frac{-37}{t^2}$ (voir n° 5 pour la dérivée de $\frac{37}{t}$)

$f'(t)=10t-6-\frac{37}{t^2}$

$g(x)=-6x^2-3{,}2x+20-\frac{4}{x}$

on reconnaît $g(x)=-6x^2-3{,}2x+20-\frac{4}{x}$

$-6x^2-3{,}2x+20$ de la forme ax^2+bx+x avec $a=-6$
et $b=-3{,}2$ et $c=20$

donc $g'(x)=-12x-3{,}2+\frac{4}{x^2}$

$h(t)=\frac{41}{t}+\frac{1}{2}t^2-7t+1$

On voit $h(t)=\frac{41}{t}+\frac{1}{2}t^2-7t+1$

La dérivée de la fonction $\frac{41}{t}$ est $\frac{-41}{t^2}$ (voir n° 5)

La fonction $\frac{1}{2}t^2-7t+1$ est la forme ax^2+bx+c avec

$a=\frac{1}{2}$ et $b=-7$ et $c=1$ qui a pour dérivée $2ax+b$

donc la fonction dérivée de $\frac{1}{2}t^2-7t+1$ est

$2\times\frac{1}{2}t+(-7)=t-7$

donc la fonction dérivée de $h(t)=\frac{41}{t}+\frac{1}{2}t^2-7t+1$ est

$$h'(t)=\frac{-41}{t^2}+t-7$$

n° 13

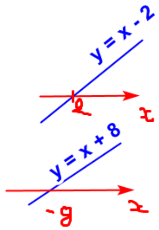
1. signe de $x-2$

a) par le calcul

on cherche x tel que
$$\begin{aligned} & x-2\geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & x-2+2\geq 0+2 \\ \Leftrightarrow\ & x\geq 2 \end{aligned}$$

b) graphiquement : on travaille sur $y=x-2$

reconnaître une fonction affine, graphiquement une droite, coefficient directeur qui vaut 1, donc la droite « monte ».



x	$-\infty$		-8		0		2		$+\infty$
signe de x - 2		$-$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
signe de x + 8		$-$	0	$+$	‖	$+$		$+$	
signe de x^2		$+$		$+$	‖	$+$		$+$	
signe de f(x)		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Exponentielle (p. 61)

n° 5

Calculatrice…

n° 8

$f(x)=1{,}2^x$ donc $f(2)=1{,}44$ et $f(3{,}5)\approx 1{,}893$

on cherche le pourcentage d'augmentation entre de 1,44 et 1,893.

on cherche t tel que $1{,}44\times\left(1+\dfrac{t}{100}\right)=1{,}893$

$$\frac{1{,}44\times\left(1+\dfrac{t}{100}\right)}{\color{red}{1{,}44}}=\frac{1{,}893}{\color{red}{1{,}44}}$$

$$1+\frac{t}{100}=1{,}314$$

donc t = 31,4 ; l'augmentation est donc de 31,4 %

n° 18

$f(x)=k\times a^x$

si $a>1$: la fonction est croissante, sinon elle est décroissante.

Courbe rouge :

pour $x=0$ on calcule $f(0)=k\times a^0=k\times 1=k$

on lit sur le graphique $k=0{,}25$

pour $x=1$ on calcule $f(1)=k\times a^1=k\times a$

on lit $f(1)=1$

et on sait que $k=0{,}25$, donc

$f(1)=k\times a\Leftrightarrow 1=0{,}25\times a\Leftrightarrow a=\frac{1}{0}{,}25\Leftrightarrow a=4$

donc $f(x)=4^x$

n° 20

Augmenter de 2 % revient à multiplier par 1,02.

Donc 18 augmentations successives correspondent à une multiplication par $1{,}02^{18}$.

Or $1{,}02^{18}=1{,}43$

Et $1{,}43=1+0{,}43=1+\frac{43}{100}$

donc 18 hausses successives de 2 % correspondent à une augmentation de 43 %.

n° 21

La décote sur un an est de 20 %, ce qui correspond à une multiplication par $\left(1-\frac{20}{100}\right)=0{,}8$

Chaque mois la décote moyenne est de *t* % donc chaque mois on multiplie par $\left(1-\frac{t}{100}\right)$. Comme il y a 12 mois dans l'année, on veut $\left(1-\frac{t}{100}\right)^{12}=0{,}8$

$$\left(\left(1-\frac{t}{100}\right)^{12}\right)^{\frac{1}{12}}=0{,}8^{\frac{1}{12}}$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{t}{100}=0{,}98$$
$$\Leftrightarrow 1-\frac{t}{100}=1-0{,}02$$
$$\Leftrightarrow t=2$$

donc la décote mensuelle est de 2 %.

n° 22

1. Deux diminutions de 5 %.

diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 : donc deux diminutions de 5 %, c'est multiplier par $0{,}95^2$

2. Quatre augmentations de 3 %.

augmenter de 3 % c'est multiplier par 1,03 : donc quatre augmentations de 3 %, c'est multiplier par $1{,}03^4$

3. La variation globale correspond à $0,95^2 \times 1,03^4 = 1,016$

or $1,016 = 1 + \frac{1,6}{100}$ soit une augmentation de 1,6 %

Statistiques (p. 105)

n° 8

Équation de droite $y = mx + p$

on sait que $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ donc ici $\frac{1,5 - 3}{4,5 - 1,5} = \frac{-1,5}{3} = -0,5$

donc $y = -0,5x + p$

Pour trouver la valeur de p : les coordonnées de A doivent vérifier l'équation, donc :

$$y_A = -0,5x_A + p \Leftrightarrow 3 = -0,5 \times 1,5 + p \Leftrightarrow 3 = -0,75 + p \Leftrightarrow p = 3,75$$

L'équation de la droite (AB) est donc $y = -0,5x + 3,75$

n° 9 (pas pour le contrôle)

Pour nous, « exprimer *y* en fonction de *t* » signifie qu'il faut *y* à gauche du signe = et une expression ne contenant que la lettre *t* à droite du signe =.

$y = 2,5x - 6,4$ et $x = t^2$, donc $y = 2,5t^2 - 6,4$

n° 10 (pas pour le contrôle)

$z=154{,}2t+26{,}5$ et $z=\frac{1}{y}$

donc $\frac{1}{y}=154{,}2t+26{,}5 \Leftrightarrow y=\frac{1}{154{,}2t+26{,}5}$

n° 15

$y=2x-4{,}8$

1. si $x=4$, alors $y=2\times 4-4{,}8=3{,}2$

2. on cherche x tel que $y>10$

$y>10 \Leftrightarrow 2x-4{,}8>10$

$\Leftrightarrow 2x-4{,}8+4{,}8>10+4{,}8$

$\Leftrightarrow 2x>14{,}8$

$\Leftrightarrow \frac{2x}{2}>\frac{14{,}8}{2}$

$\Leftrightarrow x>7{,}4$

la conclusion n'est pas au contrôle.

or x est entier, donc le plus petit entier est $x=8$.

n° 17 (pas pour le contrôle)

$y=10t^2+8$

1. si $x=3$, alors $y=10\times 3^2+8=98$

2. on cherche t tel que $y>178$

$y > 178 \Leftrightarrow 10t^2 + 8 > 178$

$\Leftrightarrow 10t^2 + 8 - 8 > 178 - 8$

$\Leftrightarrow 10t^2 > 170$

$\Leftrightarrow \frac{10t^2}{10} > \frac{170}{10}$

$\Leftrightarrow t^2 > 17$

la conclusion n'est pas au contrôle.

or *t* est entier, donc le plus petit entier est $t=5$ (en effet si $t=4$, alors $t^2=16$ qui est inférieur à 17).