

Exercice 1 — Fabrication d'objets

Une entreprise fabrique des objets. On note n le nombre d'objets fabriqués par jour. Une étude a montré que le coût de fabrication journalier engendré par la fabrication de n objets est donné, en euros, par : $u_n = 400 \times 1,01^n$ pour tout entier n compris entre 0 et 220.

Partie A – Suites

1. Calculer u_0 . Que représente ce nombre pour l'entreprise ?
2. Déterminer la nature de la suite (u_n) , préciser son premier terme et sa raison.
3. Chaque objet est vendu 15 € et l'on suppose que tous les objets produits sont vendus.
 - a) Calculer la recette générée par la vente de 50 objets.
 - b) Exprimer en fonction de n la recette (notée v_n), en euros, générée par la vente de n objets.
 - c) Déterminer la nature de la suite (v_n) , préciser son premier terme et sa raison.

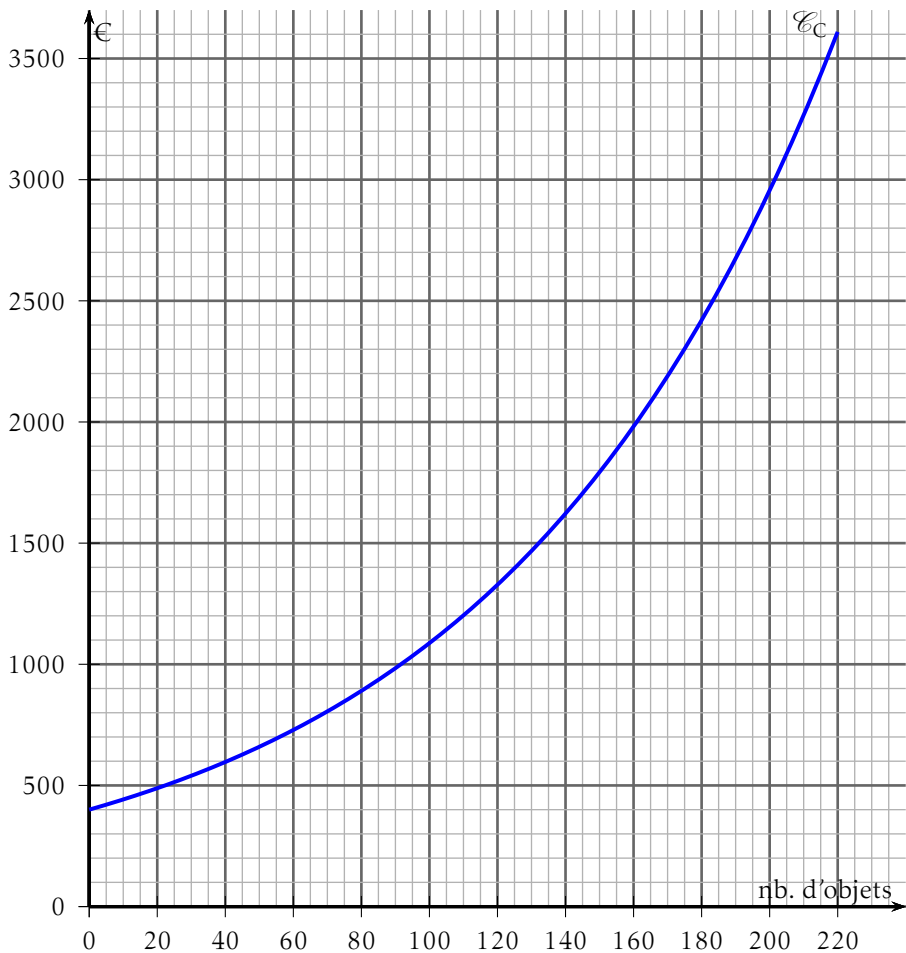
Partie B – Fonctions

On associe à la suite (u_n) la fonction C définie sur $[0; 220]$ par :

$$C(x) = 400 \times 1,01^x$$

et à la suite (v_n) la fonction R définie sur $[0; 220]$ par $R(x) = 15x$.

1. On a représenté ci-dessous dans un repère la représentation graphique de la fonction C . Tracer la représentation de la fonction R en justifiant la démarche.



2. On appelle *intervalle de rentabilité* l'intervalle des quantités d'objets vendus pour lesquelles l'entreprise réalise un profit.
Déterminer graphiquement l'intervalle de rentabilité.

Partie C – Bénéfice

Pour $x \in [0; 220]$, on note $B(x)$ le bénéfice journalier (éventuellement négatif) en euros.

1. À l'aide d'une lecture graphique, déterminer le maximum de la fonction B sur $[0; 200]$ et donner le nombre d'objets à vendre pour atteindre ce maximum.
2. On admet que la fonction B est dérivable sur l'intervalle $[0; 220]$ et que l'expression de sa dérivée, B' , est :

$$B'(x) = 15 - 4,020,01^x.$$

- a) Que vaut $B'(x)$ quand x est l'abscisse du maximum de la fonction ?
- b) Donner une valeur approchée à 10^{-1} de l'antécédent du minimum de B sur $[0; 200]$. En déduire le nombre d'objets à produire pour obtenir un bénéfice maximal et calculer ce bénéfice.

Exercice 2 — Yaourts

Le tableau ci-dessous retrace, sur une dizaine d'années, l'évolution de la consommation moyenne de yaourts, en kg par personne et par an, en France.

Année	1998	2000	2002	2004	2006	2008
Consommation de yaourts en kg par personne	19,4	19,9		21	21,6	21,8

Source : INSEE

Partie A – Traitement des données

Tous les résultats demandés seront arrondis au dixième

1. Retrouver la consommation de yaourts, en kg par personne, en 2002, sachant qu'elle a augmenté de 2,5% entre 2000 et 2002.
2. Calculer le taux d'évolution entre 1998 et 2008 (arrondir au centième).
3. En déduire le taux d'évolution annuel moyen entre 1998 et 2008.

Partie B – Étude d'un modèle

On décide de modéliser la consommation annuelle de yaourts, à partir de 1998, à l'aide d'une suite géométrique (u_n) de raison 1,012.

Pour tout entier naturel n , u_n désigne la consommation théorique de yaourts l'année 1998 + n . Ainsi u_0 vaut 19,4.

1. Que vaut u_1 ?
2. Le tableau est un extrait d'une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E
1	Année	Consommation annuelle en kg par personne	n	u_n	
2	1998	19,4	0	19,4	
3	1999		1		
4	2000	19,9	2	19,9	
5	2001		3	20,1	
6	2002		4	20,3	
7	2003		5	20,6	
8	2004	21	6	20,8	
9	2005		7	21,1	
10	2006	21,6	8	21,3	
11	2007		9	21,6	
12	2008	21,8	10	21,9	
13	2009		11	22,1	

Le format d'affichage est un format numérique à une décimale.

- a) Donner une formule qui, entrée dans la cellule D3, permet, par recopie vers le bas, d'obtenir le contenu des cellules de la plage D3:D13, sans utiliser la colonne C.
- b) Compléter la colonne D.

3. a) Exprimer u_n en fonction de n .
b) En déduire une nouvelle formule à entrer dans E2 pour avoir, après recopie vers le bas, les termes de la suite (u_n) dans la plage E2:E13.
4. D'après ce modèle, à partir de quelle année la consommation de yaourts dépassera-t-elle 25 kg par personne ?

Partie C – Un autre modèle

On modélise la consommation de yaourts par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = k \times 1,012^x$$

1. Déterminer la valeur de k .
2. Déterminer le mois de l'année à partir pendant lequel la consommation de yaourts dépassera les 25 kg.