C02

NOM - Prénom ....

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés et peuvent être traiter indépendamment des autres.

Exercice 1 — Problème

6 points

Le repère est orthonormé d'origine B(0 ; 0). Un petit carré a pour côté 0,2 unité.

La légende de la figure est : « le périmètre du triangle ABC est égal à la circonférence du cercle de diamètre [AD] »

1. ★Lire les coordonnées de A et de C, en déduire les longueurs AB et BC.

   attention : un carreau a un côté de 0,2 unités...
   donc AB = 0,6 et BC = 1,2 (en comptant les carreaux).

2. ★Calculer la valeur exacte de la circonférence du cercle.

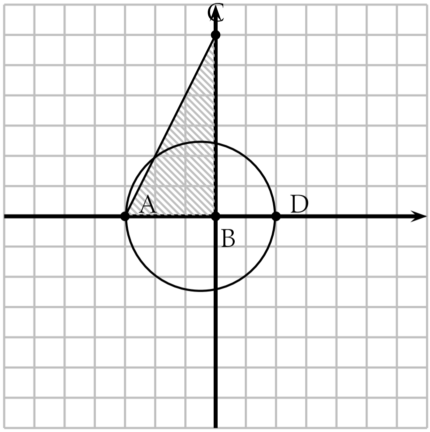
   circonférence $= \pi \times AD = \pi$ avec $AD = 1$ (en comptant les carreaux).

3. Calculer la valeur exacte de AC^2. En déduire la valeur exacte de p le périmètre de ABC.

   $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0,6^2 + 1,2^2 = 1,8$
   donc $p = AB + BC + CA = 0,6 + 1,2 + \sqrt{1,8} = 1,8 + \sqrt{1,8}$.

4. Que penser de la légende de la figure donnée par l'énoncé ? Argumenter votre réponse.

   Supposons la légende de la figure exacte, alors l'expression de π serait :
   $\pi = 1,8 + \sqrt{1,8} \approx 3,141\,64$;
   or $\pi \approx 3,141\,59$,
   donc l'énoncé est faux.



Exercice 2 — Calculs

3,5 points

1. ★Écrire les nombres comme la somme d'un entier et d'une fraction appartenant à l'intervalle $[0;1[$: $A = 7,25$ $B = \dfrac{11}{3}$
2. Arnufle a effectué le calcul suivant à l'aide de sa calculatrice :

$$\frac{886\,731\,088\,897}{627\,013\,566\,048} - \sqrt{2}$$

(Il y a 12 chiffres au numérateur et 12 chiffres au dénominateur.)

a) ★Quel est le résultat affiché ? la calculatrice affiche 0.

b) Comment interpréter ce résultat ?

On pourrait alors penser que $\sqrt{2} = \dfrac{886\,731\,088\,897}{627\,013\,566\,048}$, mais c'est impossible car $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Exercice 3 — Démonstration

6 points

Soient n et p deux entiers *consécutifs* (n est inférieur à p). Le but de l'exercice est de déterminer la parité de $(p^2 - n^2)$.

1. ★Expérimentations :
   - Choisir $n = 15$, donner la valeur de p, puis calculer $p^2 - n^2$.

     $p = 16$, donc $p^2 - n^2 = 16^2 - 15^2 = 256 - 225 = 31$.
     La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.
   - Recommencer avec $p = 99$.

     $n = 98$, donc $p^2 - n^2 = 99^2 - 98^2 = 9\,801 - 9\,604 = 197$.
     La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.
2. ★Formuler une conjecture.

   Conjecture : si n et p sont deux entiers consécutifs, alors $(p^2 - n^2)$ est un entier impair.
3. Démontrer cette conjecture.

   Idée 1 :
   posons $p = n + 1$, $p^2 - n^2 = (n+1)^2 - n^2 = ((n+1) - n)((n+1) + n) = 2n + 1$
   donc $(p^2 - n^2)$ est impair.

   Idée 2 :
   n et p sont des entiers consécutifs, il sont donc de parité différente.
   - Si n est pair, alors p est impair.
   - n est pair, donc n^2 est pair (règle du cours).
   - p est impair, donc p^2 est impair (règle du cours).
   - la somme (différence) de deux entiers de parité différente est impaire (règle du cours).

Exercice 4 — Réduction de triangle. 4,5 *points*

Le triangle MAZ est la réduction du triangle MNP telle que les points M, A et P soient alignés et $MA = \dfrac{1}{3} \times MP$.

1. ★Dans le repère orthonormé, M a pour coordonnées $(-0{,}2\,;0)$ et P a pour coordonnées $(1{,}3\,;0)$.
   Déterminer la distance MP, en déduire la distance MA.
   Placer les points A et Z sur la figure.
   À l'aide d'une lecture graphique, donner les coordonnées de A.

2. On admet que les abscisses des points M, P et A vérifient : $x_M = \dfrac{x_A - \dfrac{1}{3}x_P}{1 - \dfrac{1}{3}}$

   a) Retrouver l'abscisse de A par le calcul.
   b) Pour compléter un programme Python, on a besoin d'exprimer x_A en fonction x_M et x_P.
   Déterminer cette expression.

C02

NOM - Prénom ....

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés et peuvent être traiter indépendamment des autres.

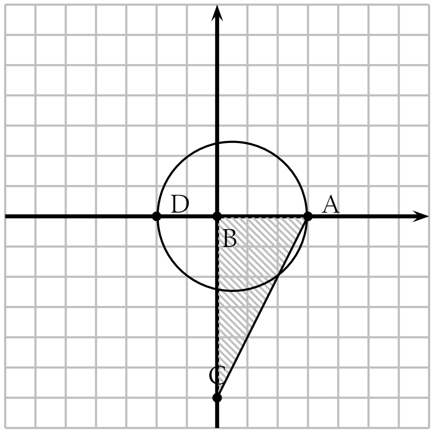
Exercice 1 — Problème

6 points

Le repère est orthonormé d'origine B(0 ; 0). Un petit carré a pour côté 0,2 unité.

La légende de la figure est : « le périmètre du triangle ABC est égal à la circonférence du cercle de diamètre [AD] »

1. ★Lire les coordonnées de A et de C, en déduire les longueurs AB et BC.
   attention : un carreau a un côté de 0,2 unités...
   donc AB = 0,6 et BC = 1,2 (en comptant les carreaux).
2. ★Calculer la valeur exacte de la circonférence du cercle.
   circonférence $= \pi \times AD = \pi$ avec $AD = 1$ (en comptant les carreaux).
3. Calculer la valeur exacte de AC^2. En déduire la valeur exacte de p le périmètre de ABC.
   $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0{,}6^2 + 1{,}2^2 = 1{,}8$
   donc $p = AB + BC + CA = 0{,}6 + 1{,}2 + \sqrt{1{,}8} = 1{,}8 + \sqrt{1{,}8}$.
4. Que penser de la légende de la figure donnée par l'énoncé ? Argumenter votre réponse.
   Supposons la légende de la figure exacte, alors l'expression de π serait :
   $\pi = 1{,}8 + \sqrt{1{,}8} \approx 3{,}141\,64$;
   or $\pi \approx 3{,}141\,59$,
   donc l'énoncé est faux.



Exercice 2 — Calculs

3,5 points

1. ★Écrire les nombres comme la somme d'un entier et d'une fraction appartenant à l'intervalle $[0;1[$: $A = 7{,}75$ $B = \dfrac{14}{3}$
2. Arnufle a effectué le calcul suivant à l'aide de sa calculatrice :

$$\frac{23\,725\,150\,497\,407}{10\,610\,209\,857\,723} - \sqrt{5}$$

(Il y a 14 chiffres au numérateur et 14 chiffres au dénominateur.)

a) ★Quel est le résultat affiché ? la calculatrice affiche 0.

b) Comment interpréter ce résultat ?

On pourrait alors penser que $\sqrt{5} = \dfrac{23\,725\,150\,497\,407}{10\,610\,209\,857\,723}$, mais c'est impossible car $\sqrt{5}$ est irrationnel.

Exercice 3 — Démonstration

6 points

Soient n et p deux entiers *consécutifs* (n est inférieur à p). Le but de l'exercice est de déterminer la parité de $(p^2 - n^2)$.

1. ★Expérimentations :
   - Choisir $n = 15$, donner la valeur de p, puis calculer $p^2 - n^2$.

     $p = 16$, donc $p^2 - n^2 = 16^2 - 15^2 = 256 - 225 = 31$.
     La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.
   - Recommencer avec $p = 99$.

     $n = 98$, donc $p^2 - n^2 = 99^2 - 98^2 = 9\,801 - 9\,604 = 197$.
     La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.
2. ★Formuler une conjecture.

   Conjecture : si n et p sont deux entiers consécutifs, alors $(p^2 - n^2)$ est un entier impair.
3. Démontrer cette conjecture.

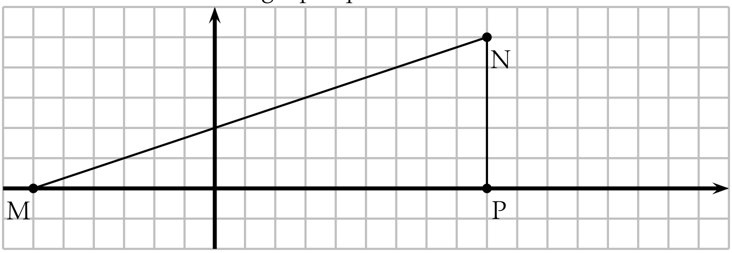
   Idée 1 :
   posons $p = n + 1$, $p^2 - n^2 = (n+1)^2 - n^2 = ((n+1) - n)((n+1) + n) = 2n + 1$
   donc $(p^2 - n^2)$ est impair.

   Idée 2 :
   n et p sont des entiers consécutifs, il sont donc de parité différente.
   - Si n est pair, alors p est impair.
   - n est pair, donc n^2 est pair (règle du cours).
   - p est impair, donc p^2 est impair (règle du cours).
   - la somme (différence) de deux entiers de parité différente est impaire (règle du cours).

Exercice 4 — Réduction de triangle. *4,5 points*

Le triangle MBZ est la réduction du triangle MNP telle que les points M, B et P soient alignés et $MB = \frac{1}{5} \times MP$.

1. ★Dans le repère orthonormé, M a pour coordonnées $(-0{,}6\,;0)$ et P a pour coordonnées $(0{,}9\,;0)$.
   Déterminer la distance MP, en déduire la distance MB.
   Placer les points B et Z sur la figure.
   À l'aide d'une lecture graphique, donner les coordonnées de B.



2. On admet que les abscisses des points M, P et B vérifient : $x_M = \dfrac{x_B - \frac{1}{5}x_P}{1 - \frac{1}{5}}$

   a) Retrouver l'abscisse de B par le calcul.

   b) Pour compléter un programme Python, on a besoin d'exprimer x_B en fonction x_M et x_P.
   Déterminer cette expression.

C02

NOM - Prénom ....

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés et peuvent être traiter indépendamment des autres.

Exercice 1 — Problème

6 points

Le repère est orthonormé d'origine B(0 ; 0). Un petit carré a pour côté 0,2 unité.

La légende de la figure est : « le périmètre du triangle ABC est égal à la circonférence du cercle de diamètre [AD] »

1. ★Lire les coordonnées de A et de C, en déduire les longueurs AB et BC.

   attention : un carreau a un côté de 0,2 unités...
   donc AB = 0,6 et BC = 1,2 (en comptant les carreaux).

2. ★Calculer la valeur exacte de la circonférence du cercle.

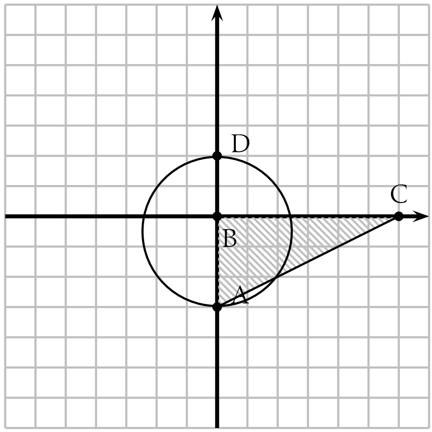
   circonférence $= \pi \times AD = \pi$ avec $AD = 1$ (en comptant les carreaux).

3. Calculer la valeur exacte de AC^2. En déduire la valeur exacte de p le périmètre de ABC.

   $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0{,}6^2 + 1{,}2^2 = 1{,}8$
   donc $p = AB + BC + CA = 0{,}6 + 1{,}2 + \sqrt{1{,}8} = 1{,}8 + \sqrt{1{,}8}$.

4. Que penser de la légende de la figure donnée par l'énoncé ? Argumenter votre réponse.

   Supposons la légende de la figure exacte, alors l'expression de π serait :
   $\pi = 1{,}8 + \sqrt{1{,}8} \approx 3{,}141\,64$;
   or $\pi \approx 3{,}141\,59$,
   donc l'énoncé est faux.



Exercice 2 — Calculs

3,5 points

1. ★Écrire les nombres comme la somme d'un entier et d'une fraction appartenant à l'intervalle $[0;1[$: $A = 7{,}8$ $B = \dfrac{10}{3}$
2. Arnufle a effectué le calcul suivant à l'aide de sa calculatrice :

$$\frac{1\,002\,978\,273\,411\,373\,057}{579\,069\,776\,145\,402\,304} - \sqrt{3}$$

(Il y a 19 chiffres au numérateur et 18 chiffres au dénominateur.)

a) ★Quel est le résultat affiché ? la calculatrice affiche 0.

b) Comment interpréter ce résultat ?

On pourrait alors penser que $\sqrt{3} = \dfrac{1\,002\,978\,273\,411\,373\,057}{579\,069\,776\,145\,402\,304}$, mais c'est impossible car $\sqrt{3}$ est irrationnel.

Exercice 3 — Démonstration

6 points

Soient n et p deux entiers *consécutifs* (n est inférieur à p). Le but de l'exercice est de déterminer la parité de $(p^2 - n^2)$.

1. ★Expérimentations :
   - Choisir $n = 15$, donner la valeur de p, puis calculer $p^2 - n^2$.

     $p = 16$, donc $p^2 - n^2 = 16^2 - 15^2 = 256 - 225 = 31$.
     La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.
   - Recommencer avec $p = 99$.

     $n = 98$, donc $p^2 - n^2 = 99^2 - 98^2 = 9\,801 - 9\,604 = 197$.
     La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.
2. ★Formuler une conjecture.

   Conjecture : si n et p sont deux entiers consécutifs, alors $(p^2 - n^2)$ est un entier impair.

3. Démontrer cette conjecture.

   Idée 1 :
   posons $p = n + 1$, $p^2 - n^2 = (n+1)^2 - n^2 = ((n+1) - n)((n+1) + n) = 2n + 1$
   donc $(p^2 - n^2)$ est impair.

   Idée 2 :
   n et p sont des entiers consécutifs, il sont donc de parité différente.
   - Si n est pair, alors p est impair.
   - n est pair, donc n^2 est pair (règle du cours).
   - p est impair, donc p^2 est impair (règle du cours).
   - la somme (différence) de deux entiers de parité différente est impaire (règle du cours).

Exercice 4 — Réduction de triangle. *4,5 points*

Le triangle MCZ est la réduction du triangle MNP telle que les points M, C et P soient alignés et $MC = \frac{3}{5} \times MP$.

1. ★Dans le repère orthonormé, M a pour coordonnées $(-0,4\,;0)$ et P a pour coordonnées $(1,1\,;0)$.
   Déterminer la distance MP, en déduire la distance MC.
   Placer les points C et Z sur la figure.
   À l'aide d'une lecture graphique, donner les coordonnées de C.

2. On admet que les abscisses des points M, P et C vérifient : $x_M = \dfrac{x_C - \frac{3}{5}x_P}{1 - \frac{3}{5}}$

   a) Retrouver l'abscisse de C par le calcul.

   b) Pour compléter un programme Python, on a besoin d'exprimer x_C en fonction x_M et x_P.
   Déterminer cette expression.

C02

NOM - Prénom ....

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés et peuvent être traiter indépendamment des autres.

Exercice 1 — Problème

6 points

Le repère est orthonormé d'origine B$(0\,;0)$. Un petit carré a pour côté 0,2 unité.

La légende de la figure est : « le périmètre du triangle ABC est égal à la circonférence du cercle de diamètre [AD] »

1. ★Lire les coordonnées de A et de C, en déduire les longueurs AB et BC.

   attention : un carreau a un côté de 0,2 unités...
   donc AB = 0,6 et BC = 1,2 (en comptant les carreaux).

2. ★Calculer la valeur exacte de la circonférence du cercle.

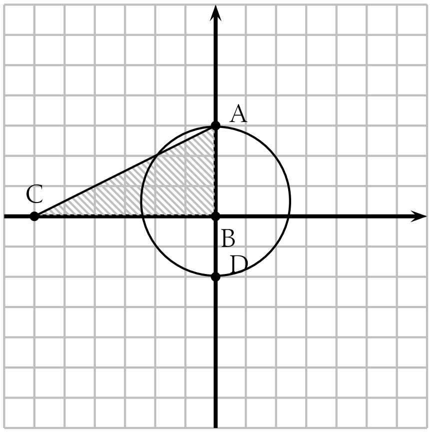
   circonférence $= \pi \times AD = \pi$ avec $AD = 1$ (en comptant les carreaux).

3. Calculer la valeur exacte de AC^2. En déduire la valeur exacte de p le périmètre de ABC.

   $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0{,}6^2 + 1{,}2^2 = 1{,}8$
   donc $p = AB + BC + CA = 0{,}6 + 1{,}2 + \sqrt{1{,}8} = 1{,}8 + \sqrt{1{,}8}$.

4. Que penser de la légende de la figure donnée par l'énoncé ? Argumenter votre réponse.

   Supposons la légende de la figure exacte, alors l'expression de π serait :
   $\pi = 1{,}8 + \sqrt{1{,}8} \approx 3{,}141\,64$;
   or $\pi \approx 3{,}141\,59$,
   donc l'énoncé est faux.



Exercice 2 — Calculs

3,5 points

1. ★Écrire les nombres comme la somme d'un entier et d'une fraction appartenant à l'intervalle $[0;1[$: $A = 7{,}6$ $B = \dfrac{13}{3}$
2. Arnufle a effectué le calcul suivant à l'aide de sa calculatrice :

$$\frac{886\,731\,088\,897}{627\,013\,566\,048} - \sqrt{2}$$

(Il y a 12 chiffres au numérateur et 12 chiffres au dénominateur.)

a) ★Quel est le résultat affiché ? la calculatrice affiche 0.

b) Comment interpréter ce résultat ?

On pourrait alors penser que $\sqrt{2} = \dfrac{886\,731\,088\,897}{627\,013\,566\,048}$, mais c'est impossible car $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Exercice 3 — Démonstration

6 points

Soient n et p deux entiers *consécutifs* (n est inférieur à p). Le but de l'exercice est de déterminer la parité de $(p^2 - n^2)$.

1. ★Expérimentations :
   - Choisir $n = 15$, donner la valeur de p, puis calculer $p^2 - n^2$.

     $p = 16$, donc $p^2 - n^2 = 16^2 - 15^2 = 256 - 225 = 31$.
     La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.
   - Recommencer avec $p = 99$.

     $n = 98$, donc $p^2 - n^2 = 99^2 - 98^2 = 9\,801 - 9\,604 = 197$.
     La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.
2. ★Formuler une conjecture.

   Conjecture : si n et p sont deux entiers consécutifs, alors $(p^2 - n^2)$ est un entier impair.

3. Démontrer cette conjecture.

   Idée 1 :
   posons $p = n+1$, $p^2 - n^2 = (n+1)^2 - n^2 = ((n+1) - n)((n+1) + n) = 2n + 1$
   donc $(p^2 - n^2)$ est impair.

   Idée 2 :
   n et p sont des entiers consécutifs, il sont donc de parité différente.
   - Si n est pair, alors p est impair.
   - n est pair, donc n^2 est pair (règle du cours).
   - p est impair, donc p^2 est impair (règle du cours).
   - la somme (différence) de deux entiers de parité différente est impaire (règle du cours).

Exercice 4 — Réduction de triangle. 4,5 *points*

Le triangle MDZ est la réduction du triangle MNP telle que les points M, D et P soient alignés et $MD = \frac{2}{3} \times MP$.

1. ★Dans le repère orthonormé, M a pour coordonnées $(-0{,}3\,;0)$ et P a pour coordonnées $(1{,}2\,;0)$.
   Déterminer la distance MP, en déduire la distance MD.
   Placer les points D et Z sur la figure.
   À l'aide d'une lecture graphique, donner les coordonnées de D.

2. On admet que les abscisses des points M, P et D vérifient : $x_M = \dfrac{x_D - \frac{2}{3}x_P}{1 - \frac{2}{3}}$

   a) Retrouver l'abscisse de D par le calcul.
   b) Pour compléter un programme Python, on a besoin d'exprimer x_D en fonction x_M et x_P.
   Déterminer cette expression.