

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés et peuvent être traitées indépendamment des autres.

Exercice 1 — Problème

6 points

Le repère est orthonormé d'origine B(0;0). Un petit carré a pour côté 0,2 unité.

La légende de la figure est : « le périmètre du triangle ABC est égal à la circonférence du cercle de diamètre [AD] »

1. ★ Lire les coordonnées de A et de C, en déduire les longueurs AB et BC.

$$A(-0,6;0) \text{ et } C(0;1,2)$$

$$\text{donc } AB = 0,6 \text{ et } BC = 1,2.$$

2. ★ Calculer la valeur exacte de la circonférence du cercle.

$$\text{circonférence} = \pi \times AD = \pi$$

3. Calculer la valeur exacte de AC^2 .
En déduire la valeur exacte de p le périmètre de ABC.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0,6^2 + 1,2^2 = 1,8$$

$$\text{donc } p = AB + BC + CA = 0,6 + 1,2 + \sqrt{1,8} = 1,8 + \sqrt{1,8}.$$

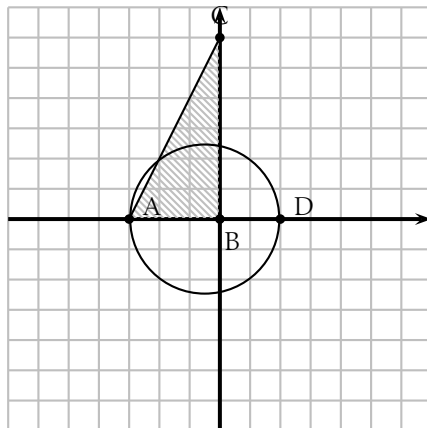
4. Que penser de la légende de la figure donnée par l'énoncé? Argumenter votre réponse.

Supposons la légende de la figure exacte, alors l'expression de π serait :

$$\pi = 1,8 + \sqrt{1,8} \approx 3,141\,64 ;$$

$$\text{or } \pi \approx 3,141\,59,$$

donc l'énoncé est faux.



Exercice 2 — Calculs

3,5 points

- ★Écrire les nombres comme la somme d'un entier et d'une fraction appartenant à l'intervalle $[0;1[$: $A = 7,25$ $B = \frac{11}{3}$
- Arnufle a effectué le calcul suivant à l'aide de sa calculatrice :

$$\frac{886731088897}{627013566048} - \sqrt{2}$$

(Il y a 12 chiffres au numérateur et 12 chiffres au dénominateur.)

- ★Quel est le résultat affiché ? la calculatrice affiche 0.
- Comment interpréter ce résultat ?

On pourrait alors penser que $\sqrt{2} = \frac{886731088897}{627013566048}$, mais c'est impossible car $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Exercice 3 — Démonstration

6 points

Soient n et p deux entiers consécutifs (n est inférieur à p). Le but de l'exercice est de déterminer la parité de $(p^2 - n^2)$.

- ★Expérimentations :

- Choisir $n = 15$, donner la valeur de p , puis calculer $p^2 - n^2$.

$$p = 16, \text{ donc } p^2 - n^2 = 16^2 - 15^2 = 256 - 225 = 31.$$

La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.

- Recommencer avec $p = 99$.

$$n = 98, \text{ donc } p^2 - n^2 = 99^2 - 98^2 = 9801 - 9604 = 197.$$

La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.

- ★Formuler une conjecture.

Conjecture : si n et p sont deux entiers consécutifs, alors $(p^2 - n^2)$ est un entier impair.

- Démontrer cette conjecture.

posons $p = n + 1$, $p^2 - n^2 = (n + 1)^2 - n^2 = ((n + 1) - n)((n + 1) + n) = 2n + 1$
donc $(p^2 - n^2)$ est impair.

Exercice 4 — Réduction de triangle.

4,5 points

Le triangle MAZ est la réduction du triangle MNP telle que les points M, A et P soient alignés et $MA = \frac{1}{3} \times MP$.

1. ★ Dans le repère orthonormé, M a pour coordonnées $(-0,2;0)$ et P a pour coordonnées $(1,3;0)$.

Déterminer la distance MP, en déduire la distance MA.

Placer les points A et Z sur la figure.

À l'aide d'une lecture graphique, donner les coordonnées de A.



2. On admet que les abscisses des points M, P et A vérifient : $x_M = \frac{x_A - \frac{1}{3}x_P}{1 - \frac{1}{3}}$

- a) Retrouver l'abscisse de A par le calcul.
- b) Pour compléter un programme Python, on a besoin d'exprimer x_A en fonction x_M et x_P .
Déterminer cette expression.

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés et peuvent être traitées indépendamment des autres.

Exercice 1 — Problème

6 points

Le repère est orthonormé d'origine B(0;0). Un petit carré a pour côté 0,2 unité.

La légende de la figure est : « le périmètre du triangle ABC est égal à la circonférence du cercle de diamètre [AD] »

1. ★ Lire les coordonnées de A et de C, en déduire les longueurs AB et BC.

$$A(-0,6;0) \text{ et } C(0;1,2)$$

$$\text{donc } AB = 0,6 \text{ et } BC = 1,2.$$

2. ★ Calculer la valeur exacte de la circonférence du cercle.

$$\text{circonférence} = \pi \times AD = \pi$$

3. Calculer la valeur exacte de AC^2 .
En déduire la valeur exacte de p le périmètre de ABC.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0,6^2 + 1,2^2 = 1,8$$

$$\text{donc } p = AB + BC + CA = 0,6 + 1,2 + \sqrt{1,8} = 1,8 + \sqrt{1,8}.$$

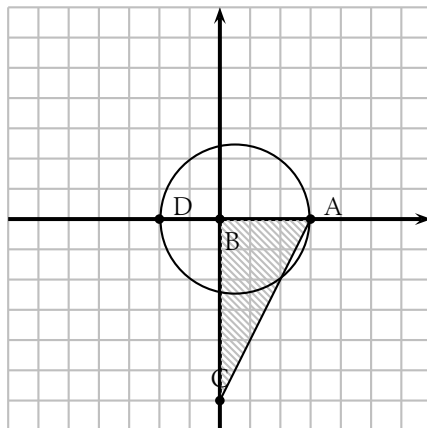
4. Que penser de la légende de la figure donnée par l'énoncé ? Argumenter votre réponse.

Supposons la légende de la figure exacte, alors l'expression de π serait :

$$\pi = 1,8 + \sqrt{1,8} \approx 3,141\,64 ;$$

$$\text{or } \pi \approx 3,141\,59,$$

donc l'énoncé est faux.



Exercice 2 — Calculs

3,5 points

- ★Écrire les nombres comme la somme d'un entier et d'une fraction appartenant à l'intervalle $[0;1[$: $A = 7,75$ $B = \frac{14}{3}$
- Arnufle a effectué le calcul suivant à l'aide de sa calculatrice :

$$\frac{23725150497407}{10610209857723} - \sqrt{5}$$

(Il y a 14 chiffres au numérateur et 14 chiffres au dénominateur.)

- ★Quel est le résultat affiché ? la calculatrice affiche 0.
- Comment interpréter ce résultat ?

On pourrait alors penser que $\sqrt{5} = \frac{23725150497407}{10610209857723}$, mais c'est impossible car $\sqrt{5}$ est irrationnel.

Exercice 3 — Démonstration

6 points

Soient n et p deux entiers consécutifs (n est inférieur à p). Le but de l'exercice est de déterminer la parité de $(p^2 - n^2)$.

- ★Expérimentations :

- Choisir $n = 15$, donner la valeur de p , puis calculer $p^2 - n^2$.

$$p = 16, \text{ donc } p^2 - n^2 = 16^2 - 15^2 = 256 - 225 = 31.$$

La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.

- Recommencer avec $p = 99$.

$$n = 98, \text{ donc } p^2 - n^2 = 99^2 - 98^2 = 9801 - 9604 = 197.$$

La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.

- ★Formuler une conjecture.

Conjecture : si n et p sont deux entiers consécutifs, alors $(p^2 - n^2)$ est un entier impair.

- Démontrer cette conjecture.

posons $p = n + 1$, $p^2 - n^2 = (n + 1)^2 - n^2 = ((n + 1) - n)((n + 1) + n) = 2n + 1$
donc $(p^2 - n^2)$ est impair.

Exercice 4 — Réduction de triangle.

4,5 points

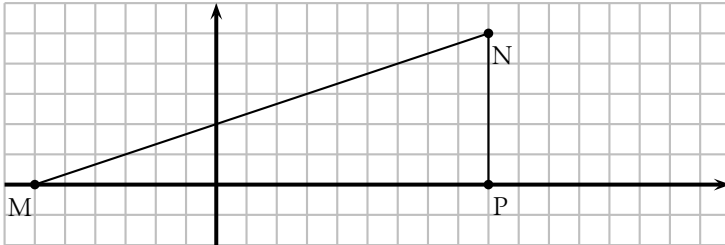
Le triangle MBZ est la réduction du triangle MNP telle que les points M, B et P soient alignés et $MB = \frac{1}{5} \times MP$.

1. ★ Dans le repère orthonormé, M a pour coordonnées $(-0,6;0)$ et P a pour coordonnées $(0,9;0)$.

Déterminer la distance MP, en déduire la distance MB.

Placer les points B et Z sur la figure.

À l'aide d'une lecture graphique, donner les coordonnées de B.



2. On admet que les abscisses des points M, P et B vérifient : $x_B - \frac{1}{5}x_P = \frac{1}{1 - \frac{1}{5}}x_M$

- a) Retrouver l'abscisse de B par le calcul.
- b) Pour compléter un programme Python, on a besoin d'exprimer x_B en fonction x_M et x_P .
Déterminer cette expression.

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés et peuvent être traitées indépendamment des autres.

Exercice 1 — Problème

6 points

Le repère est orthonormé d'origine B(0;0). Un petit carré a pour côté 0,2 unité.

La légende de la figure est : « le périmètre du triangle ABC est égal à la circonférence du cercle de diamètre [AD] »

1. ★ Lire les coordonnées de A et de C, en déduire les longueurs AB et BC.

$$A(-0,6;0) \text{ et } C(0;1,2)$$

$$\text{donc } AB = 0,6 \text{ et } BC = 1,2.$$

2. ★ Calculer la valeur exacte de la circonférence du cercle.

$$\text{circonférence} = \pi \times AD = \pi$$

3. Calculer la valeur exacte de AC^2 .
En déduire la valeur exacte de p le périmètre de ABC.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0,6^2 + 1,2^2 = 1,8$$

$$\text{donc } p = AB + BC + CA = 0,6 + 1,2 + \sqrt{1,8} = 1,8 + \sqrt{1,8}.$$

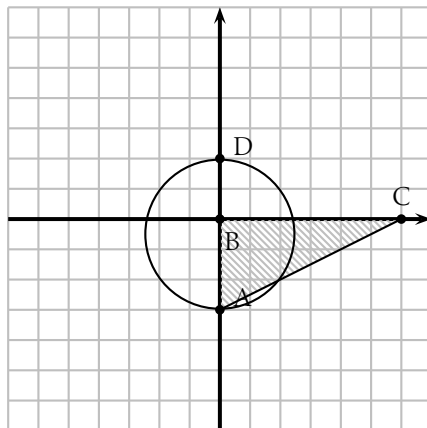
4. Que penser de la légende de la figure donnée par l'énoncé? Argumenter votre réponse.

Supposons la légende de la figure exacte, alors l'expression de π serait :

$$\pi = 1,8 + \sqrt{1,8} \approx 3,141\,64 ;$$

$$\text{or } \pi \approx 3,141\,59,$$

donc l'énoncé est faux.



Exercice 2 — Calculs

3,5 points

- ★Écrire les nombres comme la somme d'un entier et d'une fraction appartenant à l'intervalle $[0;1[$: $A = 7,8$ $B = \frac{10}{3}$
- Arnufle a effectué le calcul suivant à l'aide de sa calculatrice :

$$\frac{1\ 002\ 978\ 273\ 411\ 373\ 057}{579\ 069\ 776\ 145\ 402\ 304} - \sqrt{3}$$

(Il y a 19 chiffres au numérateur et 18 chiffres au dénominateur.)

- ★Quel est le résultat affiché ? la calculatrice affiche 0.
- Comment interpréter ce résultat ?

On pourrait alors penser que $\sqrt{3} = \frac{1\ 002\ 978\ 273\ 411\ 373\ 057}{579\ 069\ 776\ 145\ 402\ 304}$, mais c'est impossible car $\sqrt{3}$ est irrationnel.

Exercice 3 — Démonstration

6 points

Soient n et p deux entiers consécutifs (n est inférieur à p). Le but de l'exercice est de déterminer la parité de $(p^2 - n^2)$.

- ★Expérimentations :

- Choisir $n = 15$, donner la valeur de p , puis calculer $p^2 - n^2$.

$$p = 16, \text{ donc } p^2 - n^2 = 16^2 - 15^2 = 256 - 225 = 31.$$

La différence $(p^2 - n^2)$ est impair.

- Recommencer avec $p = 99$.

$$n = 98, \text{ donc } p^2 - n^2 = 99^2 - 98^2 = 9801 - 9604 = 197.$$

La différence $(p^2 - n^2)$ est impair.

- ★Formuler une conjecture.

Conjecture : si n et p sont deux entiers consécutifs, alors $(p^2 - n^2)$ est un entier impair.

- Démontrer cette conjecture.

posons $p = n + 1$, $p^2 - n^2 = (n + 1)^2 - n^2 = ((n + 1) - n)((n + 1) + n) = 2n + 1$
donc $(p^2 - n^2)$ est impair.

Exercice 4 — Réduction de triangle.

4,5 points

Le triangle MCZ est la réduction du triangle MNP telle que les points M, C et P soient alignés et $MC = \frac{3}{5} \times MP$.

1. ★ Dans le repère orthonormé, M a pour coordonnées $(-0,4;0)$ et P a pour coordonnées $(1,1;0)$.

Déterminer la distance MP, en déduire la distance MC.

Placer les points C et Z sur la figure.

À l'aide d'une lecture graphique, donner les coordonnées de C.



2. On admet que les abscisses des points M, P et C vérifient : $x_M = \frac{x_C - \frac{3}{5}x_P}{1 - \frac{3}{5}}$

- a) Retrouver l'abscisse de C par le calcul.
- b) Pour compléter un programme Python, on a besoin d'exprimer x_C en fonction x_M et x_P .
Déterminer cette expression.

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés et peuvent être traitées indépendamment des autres.

Exercice 1 — Problème

6 points

Le repère est orthonormé d'origine B(0;0). Un petit carré a pour côté 0,2 unité.

La légende de la figure est : « le périmètre du triangle ABC est égal à la circonférence du cercle de diamètre [AD] »

1. ★ Lire les coordonnées de A et de C, en déduire les longueurs AB et BC.

$$A(-0,6;0) \text{ et } C(0;1,2)$$

$$\text{donc } AB = 0,6 \text{ et } BC = 1,2.$$

2. ★ Calculer la valeur exacte de la circonférence du cercle.

$$\text{circonférence} = \pi \times AD = \pi$$

3. Calculer la valeur exacte de AC^2 .
En déduire la valeur exacte de p le périmètre de ABC.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 0,6^2 + 1,2^2 = 1,8$$

$$\text{donc } p = AB + BC + CA = 0,6 + 1,2 + \sqrt{1,8} = 1,8 + \sqrt{1,8}.$$

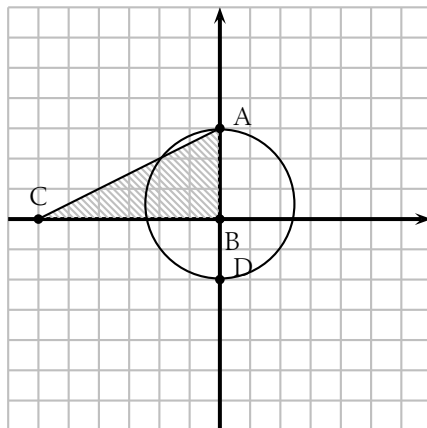
4. Que penser de la légende de la figure donnée par l'énoncé? Argumenter votre réponse.

Supposons la légende de la figure exacte, alors l'expression de π serait :

$$\pi = 1,8 + \sqrt{1,8} \approx 3,141\ 64 ;$$

$$\text{or } \pi \approx 3,141\ 59,$$

donc l'énoncé est faux.



Exercice 2 — Calculs

3,5 points

- ★Écrire les nombres comme la somme d'un entier et d'une fraction appartenant à l'intervalle $[0;1[$: $A = 7,6$ $B = \frac{13}{3}$
- Arnufle a effectué le calcul suivant à l'aide de sa calculatrice :

$$\frac{886731088897}{627013566048} - \sqrt{2}$$

(Il y a 12 chiffres au numérateur et 12 chiffres au dénominateur.)

- ★Quel est le résultat affiché ? la calculatrice affiche 0.
- Comment interpréter ce résultat ?

On pourrait alors penser que $\sqrt{2} = \frac{886731088897}{627013566048}$, mais c'est impossible car $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Exercice 3 — Démonstration

6 points

Soient n et p deux entiers consécutifs (n est inférieur à p). Le but de l'exercice est de déterminer la parité de $(p^2 - n^2)$.

- ★Expérimentations :

- Choisir $n = 15$, donner la valeur de p , puis calculer $p^2 - n^2$.

$$p = 16, \text{ donc } p^2 - n^2 = 16^2 - 15^2 = 256 - 225 = 31.$$

La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.

- Recommencer avec $p = 99$.

$$n = 98, \text{ donc } p^2 - n^2 = 99^2 - 98^2 = 9801 - 9604 = 197.$$

La différence $(p^2 - n^2)$ est impaire.

- ★Formuler une conjecture.

Conjecture : si n et p sont deux entiers consécutifs, alors $(p^2 - n^2)$ est un entier impair.

- Démontrer cette conjecture.

posons $p = n + 1$, $p^2 - n^2 = (n + 1)^2 - n^2 = ((n + 1) - n)((n + 1) + n) = 2n + 1$
donc $(p^2 - n^2)$ est impair.

Exercice 4 — Réduction de triangle.

4,5 points

Le triangle MDZ est la réduction du triangle MNP telle que les points M, D et P soient alignés et $MD = \frac{2}{3} \times MP$.

1. ★ Dans le repère orthonormé, M a pour coordonnées $(-0,3;0)$ et P a pour coordonnées $(1,2;0)$.

Déterminer la distance MP, en déduire la distance MD.

Placer les points D et Z sur la figure.

À l'aide d'une lecture graphique, donner les coordonnées de D.



2. On admet que les abscisses des points M, P et D vérifient : $x_M = \frac{x_D - \frac{2}{3}x_P}{1 - \frac{2}{3}}$

a) Retrouver l'abscisse de D par le calcul.

b) Pour compléter un programme Python, on a besoin d'exprimer x_D en fonction x_M et x_P .

Déterminer cette expression.