

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés.

Exercice 1 — Fonction

5,5 points

Soit la fonction f définie sur $[-7; 2]$ par $f(x) = x^2 + 4x + 2$.

1. ★ Calculer $f(1)$.

$$f(1) = 1^2 + 4 \times 1 + 2 = \dots$$

2. Calculer l'image de -3 par f .

$$f(-3) = (-3)^2 + 4 \times (-3) + 2 = \dots$$

3. ★ À l'aide du tableau de valeurs de la calculatrice, déterminer le minimum de f sur $[-7; 2]$.

4. Déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par un calcul.

On cherche toutes les valeurs de x telles que :

$$f(x) = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 4) = 0$$

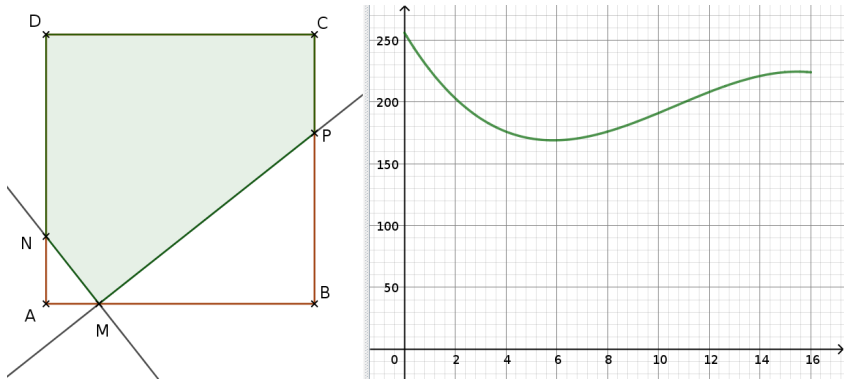
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -4$$

les antécédents de 2 par la fonction f sont donc 0 et -4 .

Exercice 2 — Pentagone

La copie d'écran représente le carré ABCD de côté 16 unités. Le point N appartient au segment [AD] tel que AN = 4 unités ; le point M est point qui se déplace sur le segment [AB] ; le point P est un point du segment [BC] tel que le triangle MNP soit rectangle en M.

La courbe représente l'aire du pentagone NMPCD en fonction de la distance AM.



Partie A – Lectures graphiques

5 points

Les lectures sont faites avec la précision permise par le graphique. Dessiner les « pointillés de lecture » nécessaires.

- ★ Écrire sur chaque axe du repère la légende correspondante. abscisses : distance AM ; ordonnée : aire NMPCD
- ★ Donner l'image de 0 puis celle de 8.
- ★ Donner, si possible, le(s) antécédent(s) de 200.
- L'aire de NMPCD peut-elle être égale aux trois quarts de celle de ABCD ?
L'aire de ABCD est de $16 \times 16 = 256$ unités d'aire ; les trois quarts valent $\frac{3}{4} \times 256 = 192$.
Il faut chercher, s'ils existent, les antécédents de 192.
- ★ Déterminer l'aire minimale que peut avoir le pentagone NMPCD et préciser la (les) valeur(s) de AM permettant d'obtenir ce minimum.

Partie B – Calculs

9,5 points

On pose $x = AM$ et on définit la fonction \mathcal{A} qui donne l'aire du pentagone NMPCD en fonction de x .

- ★ Annoter la figure en indiquant les angles et mesures donnés par l'énoncé.
- ★ Déterminer l'ensemble de définition de \mathcal{A} . L'ensemble de définition est $[0; 16]$
- ★ Déterminer l'expression de l'aire de NAM en fonction de x . $\mathcal{A}_{NAM} = \frac{4 \times x}{2}$
- Développer l'expression $R(x) = x(16 - x)^2$.

$$\begin{aligned}
R(x) &= x(16-x)(16-x) \\
\Leftrightarrow R(x) &= (16x-x^2)(16-x) \\
\Leftrightarrow R(x) &= 16x \times 16 - 16x \times x - x^2 \times 16 + x^2 \times x \\
\Leftrightarrow R(x) &= 256x - 16x^2 - 16x^2 + x^3 \\
\Leftrightarrow R(x) &= x^3 - 32x^2 + 256x
\end{aligned}$$

5. Justifier que les triangles AMN et PMB sont semblables.

On va montrer que les triangles ANM et PMB ont leurs angles égaux ; pour cela il suffit de vérifier la mesure de deux angles.

- a) Les triangles sont tous les deux rectangles, donc $\text{mes}(\widehat{NAM}) = \text{mes}(\widehat{MBP})$
- b) $\text{mes}(\widehat{AMB}) = \text{mes}(\widehat{AMN}) + \text{mes}(\widehat{MNP}) + \text{mes}(\widehat{BMP})$
Or on sait que $\text{mes}(\widehat{AMB}) = 180^\circ$ (angle plat) et $\text{mes}(\widehat{MNP}) = 90^\circ$ (car NMP est rectangle en M),
donc $180 = \text{mes}(\widehat{AMN}) + 90 + \text{mes}(\widehat{BMP})$
 $\Leftrightarrow \text{mes}(\widehat{BMP}) = 90 - \text{mes}(\widehat{AMN}) \quad (*)$
- c) Dans le triangle rectangle MBP : $\text{mes}(\widehat{BMP}) = 90 - \text{mes}(\widehat{BPM}) \quad (**)$
- d) d'après (*) et (**): $\text{mes}(\widehat{AMN}) = \text{mes}(\widehat{BPM})$
- e) les triangles ont donc deux angles de même mesure chacun, ils sont donc semblables.

6. Justifier que $BP = \frac{x(16-x)}{4}$.

$$\begin{aligned}
\text{MB} &= 16-x; \text{ dans les triangle AMN et BPM : } \frac{AM}{AN} = \frac{BP}{BM} \\
\Leftrightarrow \frac{x}{4} &= \frac{BP}{16-x} \\
\Leftrightarrow BP &= \frac{x(16-x)}{4}
\end{aligned}$$

7. En admettant que l'aire de BMP est donnée par $\frac{x^3 - 32x^2 + 256x}{2 \times 4}$,

★ en expliquant votre démarche,

(pour seulement 0,5 points...) déterminer l'expression de l'aire de NMPCD en fonction de x . (les calculs avec les fractions peuvent (doivent) être fait à l'aide de la calculatrice).

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= \mathcal{A}_{\text{ABCD}} - \mathcal{A}_{\text{NAM}} - \mathcal{A}_{\text{BMP}} \\ \Leftrightarrow \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= 16^2 - \frac{4x}{2} - \frac{x^3 - 32x^2 + 256x}{2 \times 4} \\ \Leftrightarrow \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= -\frac{1}{8}x^3 + 4x^2 - 34x + 256 \\ \text{d'où } \mathcal{A}(x) &= -\frac{1}{8}x^3 + 4x^2 - 34x + 256\end{aligned}$$

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés.

Exercice 1 — Fonction

5,5 points

Soit la fonction f définie sur $[-7; 2]$ par $f(x) = x^2 + 5x + 2$.

1. ★ Calculer $f(1)$.

$$f(1) = 1^2 + 5 \times 1 + 2 = \dots$$

2. Calculer l'image de -3 par f .

$$f(-3) = (-3)^2 + 5 \times (-3) + 2 = \dots$$

3. ★ À l'aide du tableau de valeurs de la calculatrice, déterminer le minimum de f sur $[-7; 2]$.

4. Déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par un calcul.

On cherche toutes les valeurs de x telles que :

$$f(x) = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 5) = 0$$

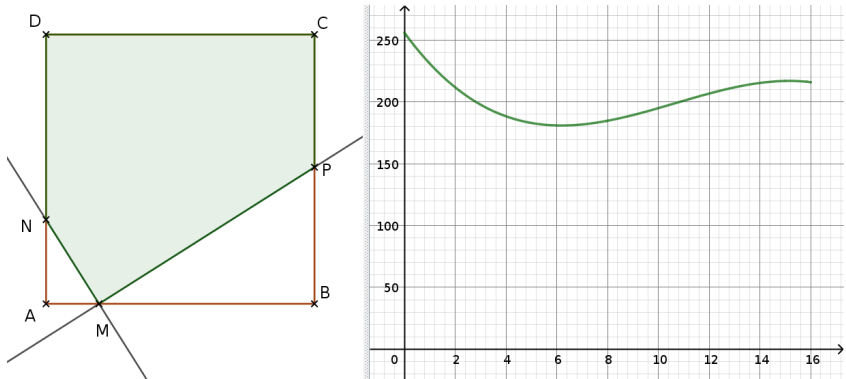
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -5$$

les antécédents de 2 par la fonction f sont donc 0 et -5 .

Exercice 2 — Pentagone

La copie d'écran représente le carré ABCD de côté 16 unités. Le point N appartient au segment [AD] tel que AN = 5 unités ; le point M est point qui se déplace sur le segment [AB] ; le point P est un point du segment [BC] tel que le triangle MNP soit rectangle en M.

La courbe représente l'aire du pentagone NMPCD en fonction de la distance AM.



Partie A – Lectures graphiques

5 points

Les lectures sont faites avec la précision permise par le graphique. Dessiner les « pointillés de lecture » nécessaires.

- ★ Écrire sur chaque axe du repère la légende correspondante. abscisses : distance AM ; ordonnée : aire NMPCD
- ★ Donner l'image de 0 puis celle de 8.
- ★ Donner, si possible, le(s) antécédent(s) de 200.
- L'aire de NMPCD peut-elle être égale aux trois quarts de celle de ABCD ?
L'aire de ABCD est de $16 \times 16 = 256$ unités d'aire ; les trois quarts valent $\frac{3}{4} \times 256 = 192$.
Il faut chercher, s'ils existent, les antécédents de 192.
- ★ Déterminer l'aire minimale que peut avoir le pentagone NMPCD et préciser la (les) valeur(s) de AM permettant d'obtenir ce minimum.

Partie B – Calculs

9,5 points

On pose $x = AM$ et on définit la fonction \mathcal{A} qui donne l'aire du pentagone NMPCD en fonction de x .

- ★ Annoter la figure en indiquant les angles et mesures donnés par l'énoncé.
- ★ Déterminer l'ensemble de définition de \mathcal{A} . L'ensemble de définition est $[0; 16]$
- ★ Déterminer l'expression de l'aire de NAM en fonction de x . $\mathcal{A}_{NAM} = \frac{5 \times x}{2}$
- Développer l'expression $R(x) = x(16 - x)^2$.

$$\begin{aligned}
R(x) &= x(16-x)(16-x) \\
\Leftrightarrow R(x) &= (16x-x^2)(16-x) \\
\Leftrightarrow R(x) &= 16x \times 16 - 16x \times x - x^2 \times 16 + x^2 \times x \\
\Leftrightarrow R(x) &= 256x - 16x^2 - 16x^2 + x^3 \\
\Leftrightarrow R(x) &= x^3 - 32x^2 + 256x
\end{aligned}$$

5. Justifier que les triangles AMN et PMB sont semblables.

On va montrer que les triangles ANM et PMB ont leurs angles égaux ; pour cela il suffit de vérifier la mesure de deux angles.

a) Les triangles sont tous les deux rectangles, donc $\text{mes}(\widehat{NAM}) = \text{mes}(\widehat{MBP})$

b) $\text{mes}(\widehat{AMB}) = \text{mes}(\widehat{AMN}) + \text{mes}(\widehat{MNP}) + \text{mes}(\widehat{BMP})$

Or on sait que $\text{mes}(\widehat{AMB}) = 180^\circ$ (angle plat) et $\text{mes}(\widehat{MNP}) = 90^\circ$ (car NMP est rectangle en M),

donc $180 = \text{mes}(\widehat{AMN}) + 90 + \text{mes}(\widehat{BMP})$

$\Leftrightarrow \text{mes}(\widehat{BMP}) = 90 - \text{mes}(\widehat{AMN}) \quad (*)$

c) Dans le triangle rectangle MBP : $\text{mes}(\widehat{BMP}) = 90 - \text{mes}(\widehat{BPM}) \quad (**)$

d) d'après (*) et (**): $\text{mes}(\widehat{AMN}) = \text{mes}(\widehat{BPM})$

e) les triangles ont donc deux angles de même mesure chacun, ils sont donc semblables.

6. Justifier que $BP = \frac{x(16-x)}{5}$.

MB = 16 - x ; dans les triangle AMN et BPM : $\frac{AM}{AN} = \frac{BP}{BM}$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{BP}{16-x}$$

$$\Leftrightarrow BP = \frac{x(16-x)}{5}$$

7. En admettant que l'aire de BMP est donnée par $\frac{x^3 - 32x^2 + 256x}{2 \times 5}$,

★ en expliquant votre démarche,

(pour seulement 0,5 points...) déterminer l'expression de l'aire de NMPCD en fonction de x. (les calculs avec les fractions peuvent (doivent) être fait à l'aide de la calculatrice).

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= \mathcal{A}_{\text{ABCD}} - \mathcal{A}_{\text{NAM}} - \mathcal{A}_{\text{BMP}} \\ \Leftrightarrow \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= 16^2 - \frac{5x}{2} - \frac{x^3 - 32x^2 + 256x}{2 \times 5} \\ \Leftrightarrow \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= -\frac{1}{10}x^3 + \frac{16}{5}x^2 - \frac{281}{10}x + 256 \\ \text{d'où } \mathcal{A}(x) &= -\frac{1}{10}x^3 + \frac{16}{5}x^2 - \frac{281}{10}x + 256 \end{aligned}$$

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés.

Exercice 1 — Fonction

5,5 points

Soit la fonction f définie sur $[-7; 2]$ par $f(x) = x^2 + 6x + 2$.

1. ★ Calculer $f(1)$.

$$f(1) = 1^2 + 6 \times 1 + 2 = \dots$$

2. Calculer l'image de -3 par f .

$$f(-3) = (-3)^2 + 6 \times (-3) + 2 = \dots$$

3. ★ À l'aide du tableau de valeurs de la calculatrice, déterminer le minimum de f sur $[-7; 2]$.

4. Déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par un calcul.

On cherche toutes les valeurs de x telles que :

$$f(x) = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 6) = 0$$

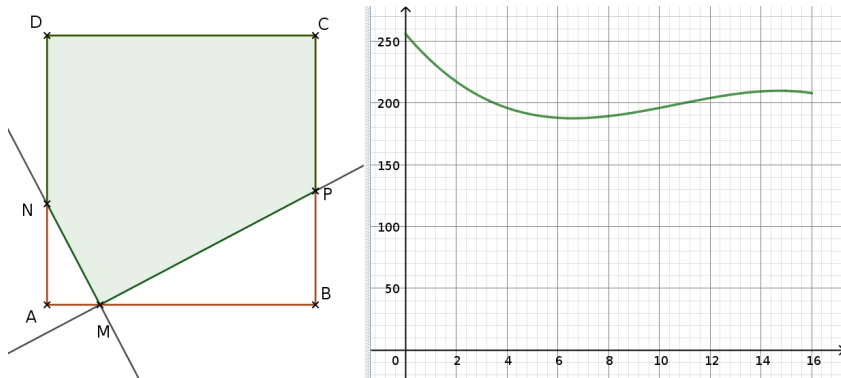
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -6$$

les antécédents de 2 par la fonction f sont donc 0 et -6 .

Exercice 2 — Pentagone

La copie d'écran représente le carré ABCD de côté 16 unités. Le point N appartient au segment [AD] tel que AN = 6 unités ; le point M est point qui se déplace sur le segment [AB] ; le point P est un point du segment [BC] tel que le triangle MNP soit rectangle en M.

La courbe représente l'aire du pentagone NMPCD en fonction de la distance AM.



Partie A – Lectures graphiques

5 points

Les lectures sont faites avec la précision permise par le graphique. Dessiner les « pointillés de lecture » nécessaires.

- ★ Écrire sur chaque axe du repère la légende correspondante. abscisses : distance AM ; ordonnée : aire NMPCD
- ★ Donner l'image de 0 puis celle de 8.
- ★ Donner, si possible, le(s) antécédent(s) de 200.
- L'aire de NMPCD peut-elle être égale aux trois quarts de celle de ABCD ?
L'aire de ABCD est de $16 \times 16 = 256$ unités d'aire ; les trois quarts valent $\frac{3}{4} \times 256 = 192$.
Il faut chercher, s'ils existent, les antécédents de 192.
- ★ Déterminer l'aire minimale que peut avoir le pentagone NMPCD et préciser la (les) valeur(s) de AM permettant d'obtenir ce minimum.

Partie B – Calculs

9,5 points

On pose $x = AM$ et on définit la fonction \mathcal{A} qui donne l'aire du pentagone NMPCD en fonction de x .

- ★ Annoter la figure en indiquant les angles et mesures donnés par l'énoncé.
- ★ Déterminer l'ensemble de définition de \mathcal{A} . L'ensemble de définition est $[0; 16]$
- ★ Déterminer l'expression de l'aire de NAM en fonction de x . $\mathcal{A}_{NAM} = \frac{6 \times x}{2}$
- Développer l'expression $R(x) = x(16 - x)^2$.

$$\begin{aligned}
R(x) &= x(16-x)(16-x) \\
\Leftrightarrow R(x) &= (16x-x^2)(16-x) \\
\Leftrightarrow R(x) &= 16x \times 16 - 16x \times x - x^2 \times 16 + x^2 \times x \\
\Leftrightarrow R(x) &= 256x - 16x^2 - 16x^2 + x^3 \\
\Leftrightarrow R(x) &= x^3 - 32x^2 + 256x
\end{aligned}$$

5. Justifier que les triangles AMN et PMB sont semblables.

On va montrer que les triangles ANM et PMB ont leurs angles égaux ; pour cela il suffit de vérifier la mesure de deux angles.

a) Les triangles sont tous les deux rectangles, donc $\text{mes}(\widehat{NAM}) = \text{mes}(\widehat{MBP})$

b) $\text{mes}(\widehat{AMB}) = \text{mes}(\widehat{AMN}) + \text{mes}(\widehat{MNP}) + \text{mes}(\widehat{BMP})$

Or on sait que $\text{mes}(\widehat{AMB}) = 180^\circ$ (angle plat) et $\text{mes}(\widehat{MNP}) = 90^\circ$ (car NMP est rectangle en M),

donc $180 = \text{mes}(\widehat{AMN}) + 90 + \text{mes}(\widehat{BMP})$

$\Leftrightarrow \text{mes}(\widehat{BMP}) = 90 - \text{mes}(\widehat{AMN}) \quad (*)$

c) Dans le triangle rectangle MBP : $\text{mes}(\widehat{BMP}) = 90 - \text{mes}(\widehat{BPM}) \quad (**)$

d) d'après (*) et (**): $\text{mes}(\widehat{AMN}) = \text{mes}(\widehat{BPM})$

e) les triangles ont donc deux angles de même mesure chacun, ils sont donc semblables.

6. Justifier que $BP = \frac{x(16-x)}{6}$.

MB = 16 - x ; dans les triangle AMN et BPM : $\frac{AM}{AN} = \frac{BP}{BM}$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{6} = \frac{BP}{16-x}$$

$$\Leftrightarrow BP = \frac{x(16-x)}{6}$$

7. En admettant que l'aire de BMP est donnée par $\frac{x^3 - 32x^2 + 256x}{2 \times 6}$,

★ en expliquant votre démarche,

(pour seulement 0,5 points...) déterminer l'expression de l'aire de NMPCD en fonction de x. (les calculs avec les fractions peuvent (doivent) être fait à l'aide de la calculatrice).

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= \mathcal{A}_{\text{ABCD}} - \mathcal{A}_{\text{NAM}} - \mathcal{A}_{\text{BMP}} \\ \Leftrightarrow \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= 16^2 - \frac{6x}{2} - \frac{x^3 - 32x^2 + 256x}{2 \times 6} \\ \Leftrightarrow \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= -\frac{1}{12}x^3 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{73}{3}x + 256 \\ \text{d'où } \mathcal{A}(x) &= -\frac{1}{12}x^3 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{73}{3}x + 256\end{aligned}$$

Les questions repérées par ★ ne devraient pas poser de difficultés.

Exercice 1 — Fonction

5,5 points

Soit la fonction f définie sur $[-7; 2]$ par $f(x) = x^2 + 7x + 2$.

1. ★ Calculer $f(1)$.

$$f(1) = 1^2 + 7 \times 1 + 2 = \dots$$

2. Calculer l'image de -3 par f .

$$f(-3) = (-3)^2 + 7 \times (-3) + 2 = \dots$$

3. ★ À l'aide du tableau de valeurs de la calculatrice, déterminer le minimum de f sur $[-7; 2]$.

4. Déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par un calcul.

On cherche toutes les valeurs de x telles que :

$$f(x) = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 7) = 0$$

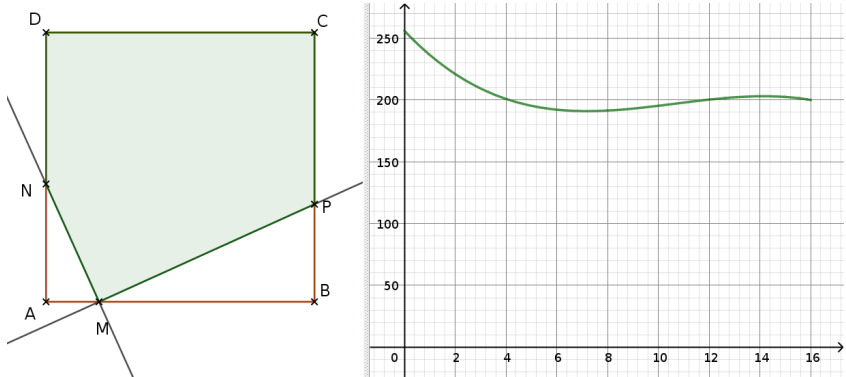
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -7$$

les antécédents de 2 par la fonction f sont donc 0 et -7 .

Exercice 2 — Pentagone

La copie d'écran représente le carré ABCD de côté 16 unités. Le point N appartient au segment [AD] tel que $AN = 7$ unités ; le point M est point qui se déplace sur le segment [AB] ; le point P est un point du segment [BC] tel que le triangle MNP soit rectangle en M.

La courbe représente l'aire du pentagone NMPCD en fonction de la distance AM.



Partie A – Lectures graphiques

5 points

Les lectures sont faites avec la précision permise par le graphique. Dessiner les « pointillés de lecture » nécessaires.

- ★ Écrire sur chaque axe du repère la légende correspondante. abscisses : distance AM ; ordonnée : aire NMPCD
- ★ Donner l'image de 0 puis celle de 8.
- ★ Donner, si possible, le(s) antécédent(s) de 200.
- L'aire de NMPCD peut-elle être égale aux trois quarts de celle de ABCD ?
L'aire de ABCD est de $16 \times 16 = 256$ unités d'aire ; les trois quarts valent $\frac{3}{4} \times 256 = 192$.
Il faut chercher, s'ils existent, les antécédents de 192.
- ★ Déterminer l'aire minimale que peut avoir le pentagone NMPCD et préciser la (les) valeur(s) de AM permettant d'obtenir ce minimum.

Partie B – Calculs

9,5 points

On pose $x = AM$ et on définit la fonction \mathcal{A} qui donne l'aire du pentagone NMPCD en fonction de x .

- ★ Annoter la figure en indiquant les angles et mesures donnés par l'énoncé.
- ★ Déterminer l'ensemble de définition de \mathcal{A} . L'ensemble de définition est $[0; 16]$
- ★ Déterminer l'expression de l'aire de NAM en fonction de x . $\mathcal{A}_{NAM} = \frac{7 \times x}{2}$
- Développer l'expression $R(x) = x(16 - x)^2$.

$$\begin{aligned}
R(x) &= x(16-x)(16-x) \\
\Leftrightarrow R(x) &= (16x-x^2)(16-x) \\
\Leftrightarrow R(x) &= 16x \times 16 - 16x \times x - x^2 \times 16 + x^2 \times x \\
\Leftrightarrow R(x) &= 256x - 16x^2 - 16x^2 + x^3 \\
\Leftrightarrow R(x) &= x^3 - 32x^2 + 256x
\end{aligned}$$

5. Justifier que les triangles AMN et PMB sont semblables.

On va montrer que les triangles ANM et PMB ont leurs angles égaux ; pour cela il suffit de vérifier la mesure de deux angles.

- a) Les triangles sont tous les deux rectangles, donc $\text{mes}(\widehat{NAM}) = \text{mes}(\widehat{MBP})$
- b) $\text{mes}(\widehat{AMB}) = \text{mes}(\widehat{AMN}) + \text{mes}(\widehat{MNP}) + \text{mes}(\widehat{BMP})$
Or on sait que $\text{mes}(\widehat{AMB}) = 180^\circ$ (angle plat) et $\text{mes}(\widehat{MNP}) = 90^\circ$ (car NMP est rectangle en M),
donc $180 = \text{mes}(\widehat{AMN}) + 90 + \text{mes}(\widehat{BMP})$
 $\Leftrightarrow \text{mes}(\widehat{BMP}) = 90 - \text{mes}(\widehat{AMN}) \quad (*)$
- c) Dans le triangle rectangle MBP : $\text{mes}(\widehat{BMP}) = 90 - \text{mes}(\widehat{BPM}) \quad (**)$
- d) d'après (*) et (**): $\text{mes}(\widehat{AMN}) = \text{mes}(\widehat{BPM})$
- e) les triangles ont donc deux angles de même mesure chacun, ils sont donc semblables.

6. Justifier que $BP = \frac{x(16-x)}{7}$.

$$\begin{aligned}
\text{MB} &= 16-x; \text{ dans les triangle AMN et BPM : } \frac{AM}{AN} = \frac{BP}{BM} \\
\Leftrightarrow \frac{x}{7} &= \frac{BP}{16-x} \\
\Leftrightarrow BP &= \frac{x(16-x)}{7}
\end{aligned}$$

7. En admettant que l'aire de BMP est donnée par $\frac{x^3 - 32x^2 + 256x}{2 \times 7}$,

★ en expliquant votre démarche,

(pour seulement 0,5 points...) déterminer l'expression de l'aire de NMPCD en fonction de x . (les calculs avec les fractions peuvent (doivent) être fait à l'aide de la calculatrice).

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= \mathcal{A}_{\text{ABCD}} - \mathcal{A}_{\text{NAM}} - \mathcal{A}_{\text{BMP}} \\ \Leftrightarrow \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= 16^2 - \frac{7x}{2} - \frac{x^3 - 32x^2 + 256x}{2 \times 7} \\ \Leftrightarrow \mathcal{A}_{\text{NMPCD}} &= -\frac{1}{14}x^3 + \frac{8}{7}x^2 - \frac{305}{14}x + 256 \\ \text{d'où } \mathcal{A}(x) &= -\frac{1}{14}x^3 + \frac{8}{7}x^2 - \frac{305}{14}x + 256\end{aligned}$$