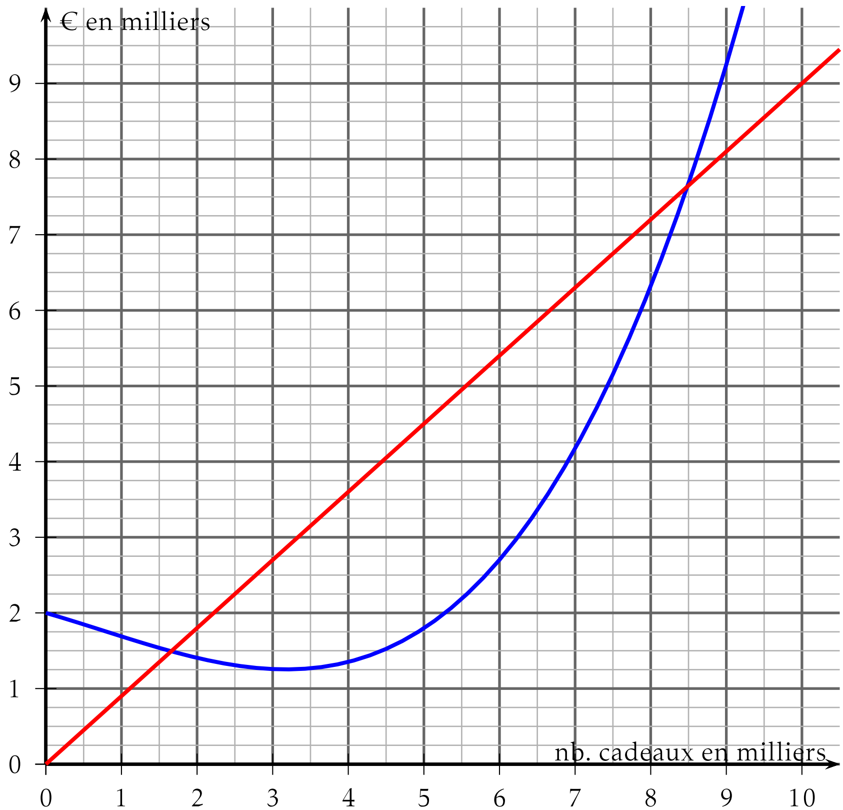
L'USINE DU PÈRE NOËL

NOM, Prénom ....

Dans son usine, le Père Noël produit entre 0 et 10 000 cadeaux par jour. Le coût total de production (en milliers d'euros) en fonction du nombre x de cadeaux (en milliers) est donné par la fonction :

$$C(x) = 0{,}018x^3 - 0{,}040\,5x^2 - 0{,}288x + 2$$

Le graphique donne une représentation de cette fonction.



Partie A – Lectures graphiques

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique et laisser apparent les « pointillés de lecture ».

1. Donner le coût (en euros) pour une production de de 0 cadeau. À quoi cela correspond-t-il ?

   On lit , cela correspond aux charges fixes.
2. Donner le coût de production (en euros) de 6 500 cadeaux.

   On lit environ
3. La recette du Père Noël (car le Père Noël revend à bas prix les cadeaux aux parents...) est donnée par la fonction $R(x) = 0{,}9x$ où x représente le nombre de cadeaux en milliers.
   - **a)** Calculer R(4) puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de cet exercice.

     $R(4) = \dots$, cela signifie que 4 000 cadeaux rapportent ...milliers d'euros.
   - **b)** Donner la nature de cette fonction ; en déduire sa représentation graphique.

     R est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.
   - **c)** Construire un tableau de valeurs de R, puis tracer sa courbe sur le graphique.

     On sait que $R(0) = 0$; R(4) a déjà été calculé.

4. Lire les quantités de jouets pour les quelles le Père Noël réalise un bénéfice positif.

   Il faut trouver toutes les valeurs de x telles que la droite représentant les revenus soit au dessus de la courbe représentant les coûts.
5. Lire la quantité de jouets à produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice.

   Le bénéfice est maximal lorsque l'écart entre les deux courbes est maximal.

Partie B – Calculs

Le bénéfice se calcule à l'aide de la fonction B définie sur $[0;10]$ par : $B(x) = R(x) - C(x)$.

1. Donner l'expression de $B(x)$.
2. Vérifier que l'expression de $B'(x)$ est $B'(x) = -0{,}054x^2 + 0{,}081x + 1{,}188$

3. a) Vérifier que $B'(x)$ peut s'écrire $B'(x) = -0{,}003(x+4)(18x-99)$.
   b) En déduire les solutions de l'équation $B'(x) = 0$.
   c) Compléter (en justifiant) le tableau de signe de $B'(x)$ sur $[0;10]$.

x	0 $\qquad\qquad$ 10
signe de $-0{,}003$	
signe de $(x+4)$	
signe de $(18x-99)$	
signe de $B'(x)$	

x	0	$\frac{-(-99)}{18}$	10
signe de $-0{,}003$	$-$		$-$
signe de $(x+4)$	$+$		$+$
signe de $(18x-99)$	$-$	0	$+$
signe de $B'(x)$	$+$	0	$-$

4. Compléter le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0;10]$

x	0 $\qquad\qquad$ 10
signe de $B'(x)$	
variations de B	

x	0	$\approx 5{,}5$	10
signe de $B'(x)$	$+$	0	$-$
variations de B	$\nearrow$	$5{,}215$	$\searrow$

5. En déduire le nombre de cadeaux qui donne le bénéfice maximal et calculer ce bénéfice.

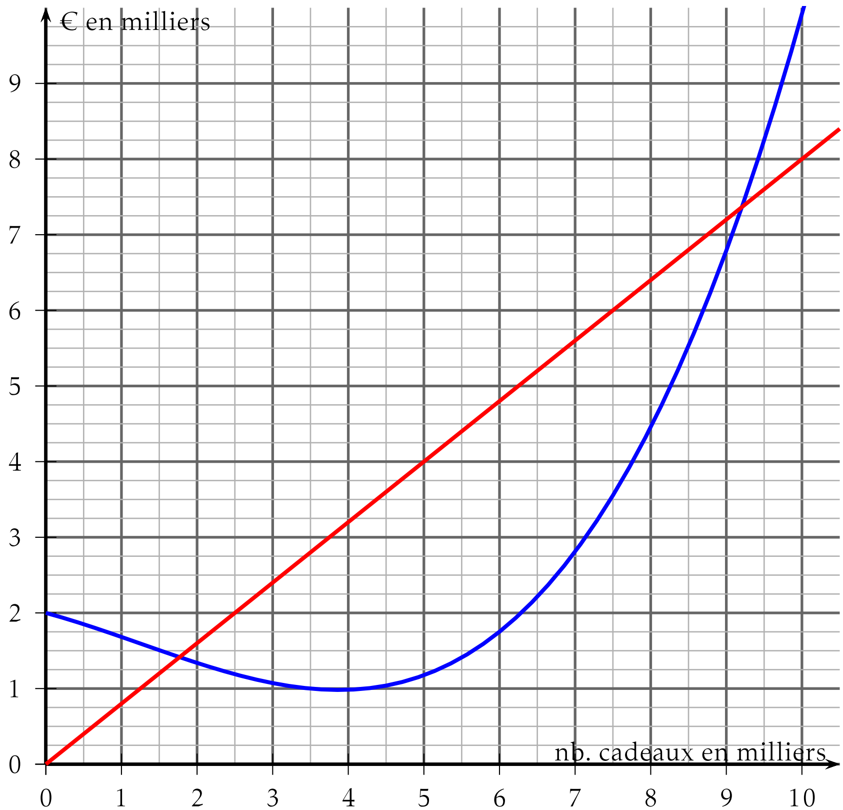
L'USINE DU PÈRE NOËL

NOM, Prénom ....

Dans son usine, le Père Noël produit entre 0 et 10 000 cadeaux par jour. Le coût total de production (en milliers d'euros) en fonction du nombre x de cadeaux (en milliers) est donné par la fonction :

$$C(x) = 0{,}017x^3 - 0{,}06375x^2 - 0{,}271x + 2$$

Le graphique donne une représentation de cette fonction.



Partie A – Lectures graphiques

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique et laisser apparent les « pointillés de lecture ».

1. Donner le coût (en euros) pour une production de de 0 cadeau. À quoi cela correspond-t-il ?

   On lit , cela correspond aux charges fixes.
2. Donner le coût de production (en euros) de 6 500 cadeaux.

   On lit environ
3. La recette du Père Noël (car le Père Noël revend à bas prix les cadeaux aux parents…) est donnée par la fonction $R(x) = 0{,}8x$ où x représente le nombre de cadeaux en milliers.
   - **a)** Calculer R(4) puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de cet exercice.

     $R(4) = \ldots$, cela signifie que 4 000 cadeaux rapportent …milliers d'euros.
   - **b)** Donner la nature de cette fonction ; en déduire sa représentation graphique.

     R est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.
   - **c)** Construire un tableau de valeurs de R, puis tracer sa courbe sur le graphique.

     On sait que $R(0) = 0$; R(4) a déjà été calculé.

4. Lire les quantités de jouets pour les quelles le Père Noël réalise un bénéfice positif.

   Il faut trouver toutes les valeurs de x telles que la droite représentant les revenus soit au dessus de la courbe représentant les coûts.
5. Lire la quantité de jouets à produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice.

   Le bénéfice est maximal lorsque l'écart entre les deux courbes est maximal.

Partie B – Calculs

Le bénéfice se calcule à l'aide de la fonction B définie sur $[0;10]$ par : $B(x) = R(x) - C(x)$.

1. Donner l'expression de $B(x)$.
2. Vérifier que l'expression de $B'(x)$ est $B'(x) = -0{,}051x^2 + 0{,}1275x + 1{,}071$

3. a) Vérifier que $B'(x)$ peut s'écrire $B'(x) = -0{,}003(x+3{,}5)(17x-102)$.
   b) En déduire les solutions de l'équation $B'(x) = 0$.
   c) Compléter (en justifiant) le tableau de signe de $B'(x)$ sur $[0;10]$.

x	0	10
signe de $-0{,}003$		
signe de $(x+3{,}5)$		
signe de $(17x-102)$		
signe de $B'(x)$		

x	0		$\frac{-(-102)}{17}$		10
signe de $-0{,}003$		$-$		$-$	
signe de $(x+3{,}5)$		$+$		$+$	
signe de $(17x-102)$		$-$	0	$+$	
signe de $B'(x)$		$+$	0	$-$	

4. Compléter le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0;10]$

x	0	10
signe de $B'(x)$		
variations de B		

x	0	≈ 6	10
signe de $B'(x)$	+	0	$-$
variations de B	$\nearrow$	6,109	$\searrow$

5. En déduire le nombre de cadeaux qui donne le bénéfice maximal et calculer ce bénéfice.

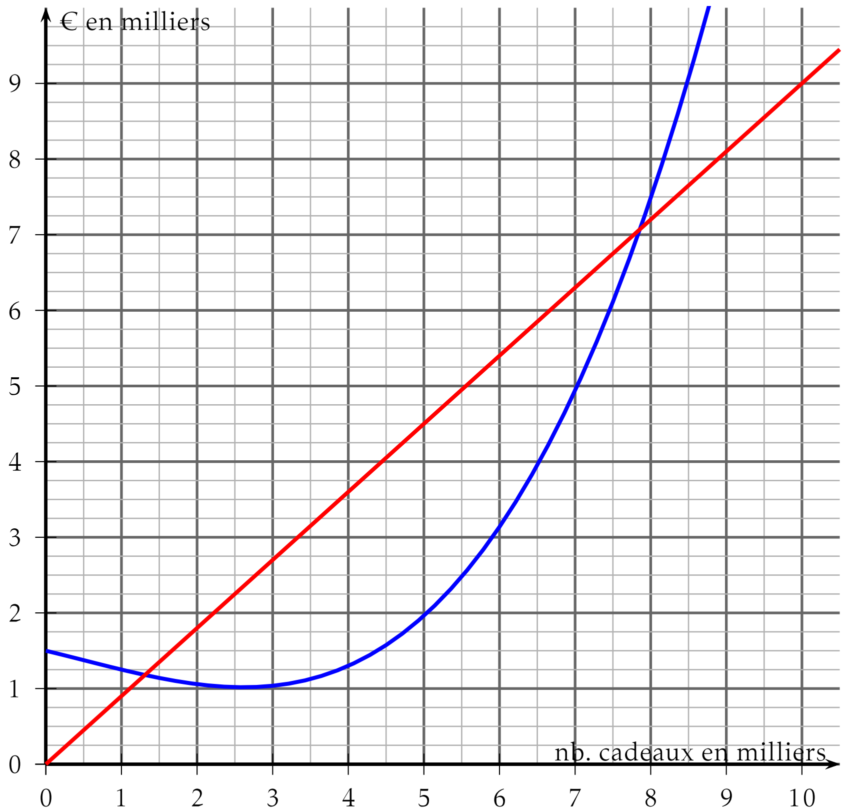
L'USINE DU PÈRE NOËL

NOM, Prénom ....

Dans son usine, le Père Noël produit entre 0 et 10 000 cadeaux par jour. Le coût total de production (en milliers d'euros) en fonction du nombre x de cadeaux (en milliers) est donné par la fonction :

$$C(x) = 0{,}019x^3 - 0{,}028\,5x^2 - 0{,}24x + 1{,}5$$

Le graphique donne une représentation de cette fonction.



Partie A – Lectures graphiques

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique et laisser apparent les « pointillés de lecture ».

1. Donner le coût (en euros) pour une production de de 0 cadeau. À quoi cela correspond-t-il ?

   On lit , cela correspond aux charges fixes.
2. Donner le coût de production (en euros) de 6 500 cadeaux.

   On lit environ
3. La recette du Père Noël (car le Père Noël revend à bas prix les cadeaux aux parents...) est donnée par la fonction $R(x) = 0,9x$ où x représente le nombre de cadeaux en milliers.
   a) Calculer R(4) puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de cet exercice.

   $R(4) = \dots$, cela signifie que 4 000 cadeaux rapportent ...milliers d'euros.

   b) Donner la nature de cette fonction ; en déduire sa représentation graphique.

   R est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.

   c) Construire un tableau de valeurs de R, puis tracer sa courbe sur le graphique.

   On sait que $R(0) = 0$; $R(4)$ a déjà été calculé.

4. Lire les quantités de jouets pour les quelles le Père Noël réalise un bénéfice positif.

   Il faut trouver toutes les valeurs de x telles que la droite représentant les revenus soit au dessus de la courbe représentant les coûts.
5. Lire la quantité de jouets à produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice.

   Le bénéfice est maximal lorsque l'écart entre les deux courbes est maximal.

Partie B – Calculs

Le bénéfice se calcule à l'aide de la fonction B définie sur $[0;10]$ par : $B(x) = R(x) - C(x)$.

1. Donner l'expression de $B(x)$.
2. Vérifier que l'expression de $B'(x)$ est $B'(x) = -0{,}057x^2 + 0{,}057x + 1{,}14$

3. a) Vérifier que $B'(x)$ peut s'écrire $B'(x) = -0{,}003(x+4)(19x-95)$.
   b) En déduire les solutions de l'équation $B'(x) = 0$.
   c) Compléter (en justifiant) le tableau de signe de $B'(x)$ sur $[0;10]$.

x	0	10
signe de $-0{,}003$		
signe de $(x+4)$		
signe de $(19x-95)$		
signe de $B'(x)$		

x	0		$\frac{-(-95)}{19}$		10
signe de $-0{,}003$		$-$		$-$	
signe de $(x+4)$		$+$		$+$	
signe de $(19x-95)$		$-$	0	$+$	
signe de $B'(x)$		$+$	0	$-$	

4. Compléter le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0;10]$

x	0	10
signe de $B'(x)$		
variations de B		

x	0	≈ 5	10
signe de $B'(x)$	$+$	0	$-$
variations de B	$\nearrow$	$4{,}438$	$\searrow$

5. En déduire le nombre de cadeaux qui donne le bénéfice maximal et calculer ce bénéfice.

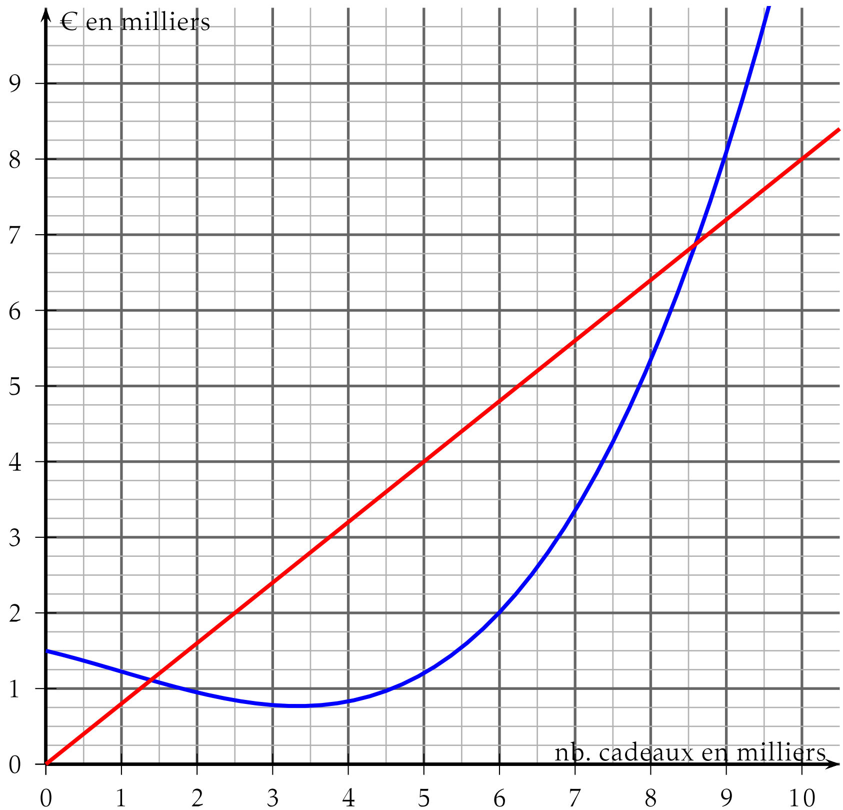
L'USINE DU PÈRE NOËL

NOM, Prénom ....

Dans son usine, le Père Noël produit entre 0 et 10 000 cadeaux par jour. Le coût total de production (en milliers d'euros) en fonction du nombre x de cadeaux (en milliers) est donné par la fonction :

$$C(x) = 0{,}018x^3 - 0{,}054x^2 - 0{,}2395x + 1{,}5$$

Le graphique donne une représentation de cette fonction.



Partie A – Lectures graphiques

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique et laisser apparent les « pointillés de lecture ».

1. Donner le coût (en euros) pour une production de de 0 cadeau. À quoi cela correspond-t-il ?

   On lit , cela correspond aux charges fixes.
2. Donner le coût de production (en euros) de 6 500 cadeaux.

   On lit environ
3. La recette du Père Noël (car le Père Noël revend à bas prix les cadeaux aux parents...) est donnée par la fonction $R(x) = 0{,}8x$ où x représente le nombre de cadeaux en milliers.
   - **a)** Calculer R(4) puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de cet exercice.

     $R(4) = \dots$, cela signifie que 4 000 cadeaux rapportent ...milliers d'euros.
   - **b)** Donner la nature de cette fonction ; en déduire sa représentation graphique.

     R est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.
   - **c)** Construire un tableau de valeurs de R, puis tracer sa courbe sur le graphique.

     On sait que $R(0) = 0$; R(4) a déjà été calculé.

4. Lire les quantités de jouets pour les quelles le Père Noël réalise un bénéfice positif.

   Il faut trouver toutes les valeurs de x telles que la droite représentant les revenus soit au dessus de la courbe représentant les coûts.
5. Lire la quantité de jouets à produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice.

   Le bénéfice est maximal lorsque l'écart entre les deux courbes est maximal.

Partie B – Calculs

Le bénéfice se calcule à l'aide de la fonction B définie sur $[0\,;10]$ par : $\mathrm{B}(x) = \mathrm{R}(x) - \mathrm{C}(x)$.

1. Donner l'expression de $\mathrm{B}(x)$.
2. Vérifier que l'expression de $\mathrm{B}'(x)$ est $\mathrm{B}'(x) = -0{,}054x^2 + 0{,}108x + 1{,}0395$

3. a) Vérifier que $\mathrm{B}'(x)$ peut s'écrire $\mathrm{B}'(x) = -0{,}003(x + 3{,}5)(18x - 99)$.
   b) En déduire les solutions de l'équation $\mathrm{B}'(x) = 0$.
   c) Compléter (en justifiant) le tableau de signe de $\mathrm{B}'(x)$ sur $[0\,;10]$.

x	0 10
signe de $-0{,}003$	
signe de $(x + 3{,}5)$	
signe de $(18x - 99)$	
signe de $\mathrm{B}'(x)$	

x	0		$\frac{-(-99)}{18}$		10
signe de $-0{,}003$		$-$	|	$-$	
signe de $(x + 3{,}5)$		$+$	|	$+$	
signe de $(18x - 99)$		$-$	0	$+$	
signe de $\mathrm{B}'(x)$		$+$	0	$-$	

4. Compléter le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;10]$

x	0 10
signe de $\mathrm{B}'(x)$	
variations de B	

x	0		$\approx 5{,}5$		10
signe de $B'(x)$		$+$	0	$-$	
variations de B		$\nearrow$	$5{,}306$	$\searrow$	

5. En déduire le nombre de cadeaux qui donne le bénéfice maximal et calculer ce bénéfice.