COÛTS DE STOCKAGE

NOM - Prénom ....

Non content d'exploiter ses lutins (voir contrôle c03), le Père Noël cherche en plus à diminuer le coût de stockage de ses jouets (certains sont stockés plusieurs mois avant d'être distribués).

Le coût de stockage total *en milliers d'euros* (noté S) de x *tonnes de jouets* est définit sur $[5\,;70]$ par

$$S(x) = 0{,}49x^2 - 8x + 400$$

Lectures graphiques

Dans cette partie, répondre aux questions à l'aide d'une lecture graphique en faisant apparaître les *flèches de lecture*.

Le graphique représente coût de stockage *unitaire*, c'est à dire pour une tonne de cadeaux.

1. Écrire sur chaque axe la légende correspondante.
2. Donner le nombre de tonnes de cadeaux telles que le coût de stockage unitaire soit inférieur à 30 000 €.
3. Lire le coût de stockage unitaire minimal et le nombre de tonnes correspondant.

Calculs

Soucieux de précision, le Père Noël demande une étude chiffrée !

1. Justifier que la fonction S_u, définie sur $[5\,;70]$ et qui représente le coût de stockage d'une tonne de cadeaux a pour expression :

$$S_u(x) = 0{,}49x + \frac{400}{x}$$

2. Déterminer l'expression de S'_u la fonction dérivée de S_u sur $[5\,;70]$.

$S_u(x) = \boxed{0{,}49x} + \boxed{\dfrac{400}{x^2}}$

$\boxed{}$ On reconnaît une fonction affine $x \mapsto mx + p$ avec $m = 0{,}49$ et $p = -8$;

sa dérivée est de la forme $x \mapsto m$; donc ici $\boxed{x \mapsto 0{,}49}$

On reconnaît une fonction inverse $x \mapsto \frac{k}{x}$ avec $k = 400$;

sa dérivée est de la forme $x \mapsto -\frac{k}{x^2}$; donc ici $\boxed{x \mapsto -\frac{400}{x^2}}$

Donc $S'_u(x) = \boxed{0{,}49} + \boxed{-\frac{400}{x^2}}$

3. Vérifier que la fonction S'_u peut s'écrire : $S'_u(x) = \dfrac{(0{,}7x+20)(0{,}7x-20)}{x^2}$

Posons $A = \dfrac{(0{,}7x+20)(0{,}7x-20)}{x}$

En développant : $A = \dfrac{0{,}49x^2 - 400}{x^2} = \dfrac{0{,}49x^2}{x^2} - \dfrac{400}{x^2} = 0{,}49 - \dfrac{400}{x^2}$

Donc $A = S'_u(x)$.

4. Compléter (en justifiant) le tableau de signe de $S'_u(x)$ sur $[5;70]$, puis dresser le tableau de variations de S_u.

x	5		$\frac{20}{0{,}7}$		70
signe de $0{,}7x+20(*)$		+		+	
signe de $0{,}7x-20(*)$		−	0	+	
signe de x^2		+		+	
signe de $S'_u(x)$		−	0	+	

(*) préciser : fonction affine avec $m = 0{,}7$ et $p = \pm 20$. Comme $0{,}7 > 0$, la fonction est croissante. La valeur qui annule est $\dfrac{-p}{m}$

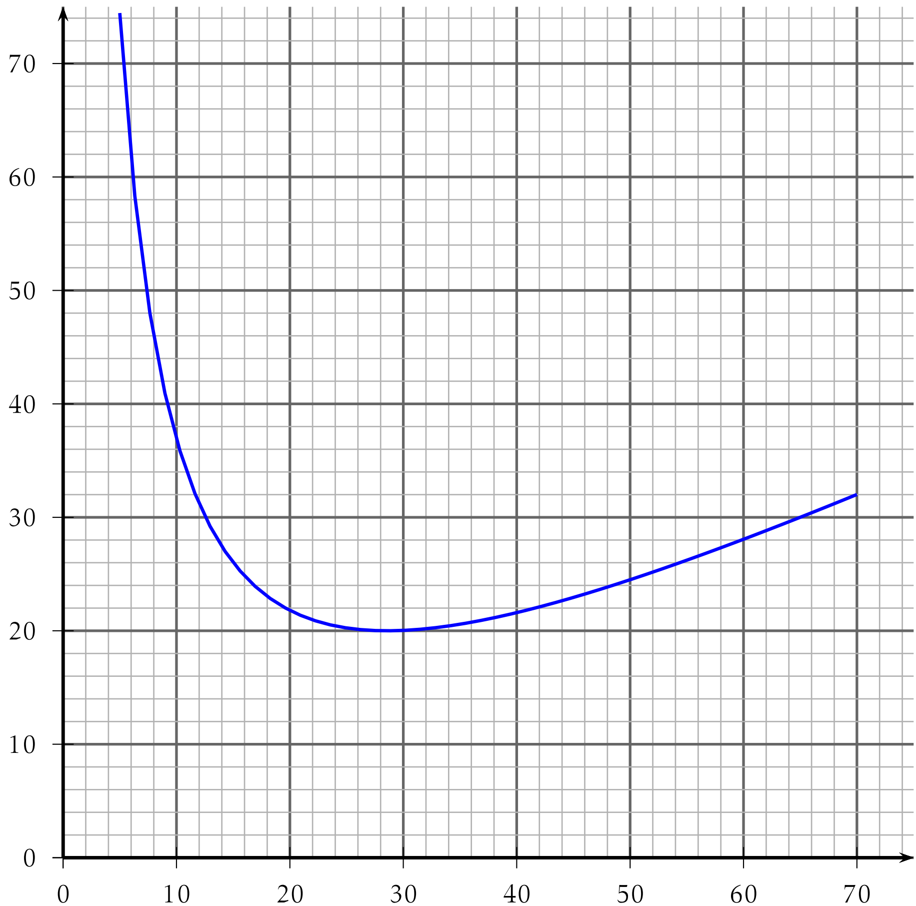
x	5		$\approx 28{,}6$		70
signe de $S'_u(x)$		−	0	+	
variations de S_u	74,45	$\searrow$	20,0	$\nearrow$	32,01

5. En déduire le nombre de tonnes de cadeaux qui permettent d'obtenir le coût de stockage unitaire minimal et préciser ce coût.

Le nombre de tonnes cadeaux qui minimise le coût de stockage unitaire minimal est 20,0 et il atteint pour 28,6 tonnes de cadeaux.

6. Pour réfléchir : la valeur de x qui minimise le coût unitaire est-elle aussi celle qui minimise le coût de stockage ?

Une lecture graphique de la fonction S montre que le coût de stockage S est minimal pour $x \approx 5{,}7 \neq 28{,}6$



COÛTS DE STOCKAGE

NOM - Prénom ....

Non content d'exploiter ses lutins (voir contrôle c03), le Père Noël cherche en plus à diminuer le coût de stockage de ses jouets (certains sont stockés plusieurs mois avant d'être distribués).

Le coût de stockage total *en milliers d'euros* (noté S) de *x tonnes de jouets* est définit sur $[5;70]$ par

$$S(x) = 0{,}49x^2 + 2x + 400$$

Lectures graphiques

Dans cette partie, répondre aux questions à l'aide d'une lecture graphique en faisant apparaître les *flèches de lecture*.

Le graphique représente coût de stockage *unitaire*, c'est à dire pour une tonne de cadeaux.

1. Écrire sur chaque axe la légende correspondante.
2. Donner le nombre de tonnes de cadeaux telles que le coût de stockage unitaire soit inférieur à 30 000 €.
3. Lire le coût de stockage unitaire minimal et le nombre de tonnes correspondant.

Calculs

Soucieux de précision, le Père Noël demande une étude chiffrée !

1. Justifier que la fonction S_u, définie sur $[5;70]$ et qui représente le coût de stockage d'une tonne de cadeaux a pour expression :

$$S_u(x) = 0{,}49x + + \frac{400}{x}$$

2. Déterminer l'expression de S'_u la fonction dérivée de S_u sur $[5;70]$.

$S_u(x) = \boxed{0{,}49x+} + \boxed{\frac{400}{x^2}}$

$\square$ On reconnaît une fonction affine $x \mapsto mx + p$ avec $m = 0{,}49$ et $p = 2$;

sa dérivée est de la forme $x \mapsto m$; donc ici $\boxed{x \mapsto 0{,}49}$

☐ On reconnaît une fonction inverse $x \mapsto \dfrac{k}{x}$ avec $k = 400$;

sa dérivée est de la forme $x \mapsto -\dfrac{k}{x^2}$; donc ici $\boxed{x \mapsto -\dfrac{400}{x^2}}$

Donc $S_u'(x) = \boxed{0{,}49} + \boxed{-\dfrac{400}{x^2}}$

3. Vérifier que la fonction S_u' peut s'écrire : $S_u'(x) = \dfrac{(0{,}7x+20)(0{,}7x-20)}{x^2}$

Posons $A = \dfrac{(0{,}7x+20)(0{,}7x-20)}{x}$

En développant : $A = \dfrac{0{,}49x^2-400}{x^2} = \dfrac{0{,}49x^2}{x^2} - \dfrac{400}{x^2} = 0{,}49 - \dfrac{400}{x^2}$

Donc $A = S_u'(x)$.

4. Compléter (en justifiant) le tableau de signe de $S_u'(x)$ sur $[5;70]$, puis dresser le tableau de variations de S_u.

x	5	$\dfrac{20}{0{,}7}$	70
signe de $0{,}7x+20(*)$	$+$	|	$+$
signe de $0{,}7x-20(*)$	$-$	0	$+$
signe de x^2	$+$	|	$+$
signe de $S_u'(x)$	$-$	0	$+$

(*) préciser : fonction affine avec $m = 0{,}7$ et $p = \pm 20$. Comme $0{,}7 > 0$, la fonction est croissante. La valeur qui annule est $\dfrac{-p}{m}$

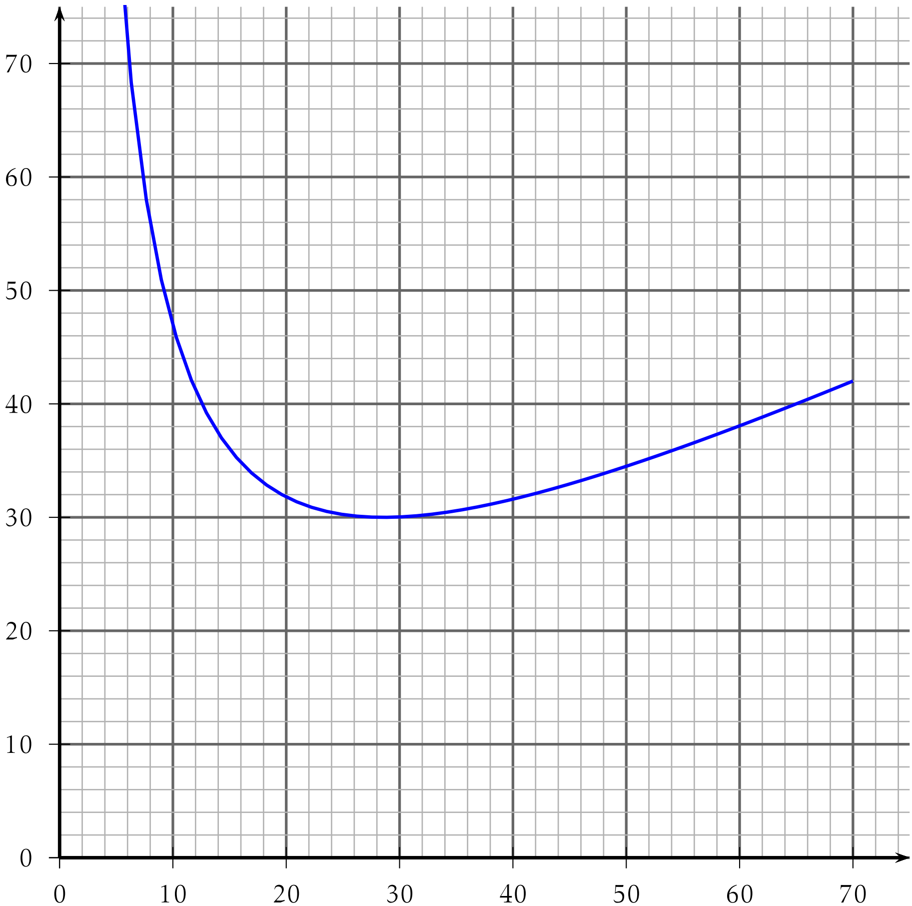
x	5	$\approx 28{,}6$	70
signe de $S_u'(x)$	$-$	0	$+$
variations de S_u	$84{,}45$ $\searrow$	$30{,}0$	$\nearrow$ $42{,}01$

5. En déduire le nombre de tonnes de cadeaux qui permettent d'obtenir le coût de stockage unitaire minimal et préciser ce coût.

Le nombre de tonnes cadeaux qui minimise le coût de stockage unitaire minimal est 30,0 et il atteint pour 28,6 tonnes de cadeaux.

6. Pour réfléchir : la valeur de x qui minimise le coût unitaire est-elle aussi celle qui minimise le coût de stockage ?

Une lecture graphique de la fonction S montre que le coût de stockage S est minimal pour $x \approx 4{,}28 \neq 28{,}6$



COÛTS DE STOCKAGE

NOM - Prénom ....

Non content d'exploiter ses lutins (voir contrôle c03), le Père Noël cherche en plus à diminuer le coût de stockage de ses jouets (certains sont stockés plusieurs mois avant d'être distribués).

Le coût de stockage total *en milliers d'euros* (noté S) de x *tonnes de jouets* est définit sur $[5;70]$ par

$$S(x) = 0{,}64x^2 - 2x + 400$$

Lectures graphiques

Dans cette partie, répondre aux questions à l'aide d'une lecture graphique en faisant apparaître les *flèches de lecture*.

Le graphique représente coût de stockage *unitaire*, c'est à dire pour une tonne de cadeaux.

1. Écrire sur chaque axe la légende correspondante.
2. Donner le nombre de tonnes de cadeaux telles que le coût de stockage unitaire soit inférieur à 30 000 €.
3. Lire le coût de stockage unitaire minimal et le nombre de tonnes correspondant.

Calculs

Soucieux de précision, le Père Noël demande une étude chiffrée !

1. Justifier que la fonction S_u, définie sur $[5;70]$ et qui représente le coût de stockage d'une tonne de cadeaux a pour expression :

$$S_u(x) = 0{,}64x + \frac{400}{x}$$

2. Déterminer l'expression de S'_u la fonction dérivée de S_u sur $[5;70]$.

$S_u(x) = \boxed{0{,}64x} + \boxed{\dfrac{400}{x^2}}$

$\boxed{}$ On reconnaît une fonction affine $x \mapsto mx + p$ avec $m = 0{,}64$ et $p = -2$;

sa dérivée est de la forme $x \mapsto m$; donc ici $\boxed{x \mapsto 0{,}64}$

☐ On reconnaît une fonction inverse $x \mapsto \dfrac{k}{x}$ avec $k = 400$;

sa dérivée est de la forme $x \mapsto -\dfrac{k}{x^2}$; donc ici $\boxed{x \mapsto -\dfrac{400}{x^2}}$

Donc $S'_u(x) = \boxed{0{,}64} + \boxed{-\dfrac{400}{x^2}}$

3. Vérifier que la fonction S'_u peut s'écrire : $S'_u(x) = \dfrac{(0{,}8x+20)(0{,}8x-20)}{x^2}$

Posons $A = \dfrac{(0{,}8x+20)(0{,}8x-20)}{x}$

En développant : $A = \dfrac{0{,}64x^2 - 400}{x^2} = \dfrac{0{,}64x^2}{x^2} - \dfrac{400}{x^2} = 0{,}64 - \dfrac{400}{x^2}$

Donc $A = S'_u(x)$.

4. Compléter (en justifiant) le tableau de signe de $S'_u(x)$ sur $[5;70]$, puis dresser le tableau de variations de S_u.

x	5		$\dfrac{20}{0{,}8}$		70
signe de $0{,}8x+20(*)$		$+$		$+$	
signe de $0{,}8x-20(*)$		$-$	0	$+$	
signe de x^2		$+$		$+$	
signe de $S'_u(x)$		$-$	0	$+$	

(*) préciser : fonction affine avec $m = 0{,}8$ et $p = \pm 20$. Comme $0{,}8 > 0$, la fonction est croissante. La valeur qui annule est $\dfrac{-p}{m}$

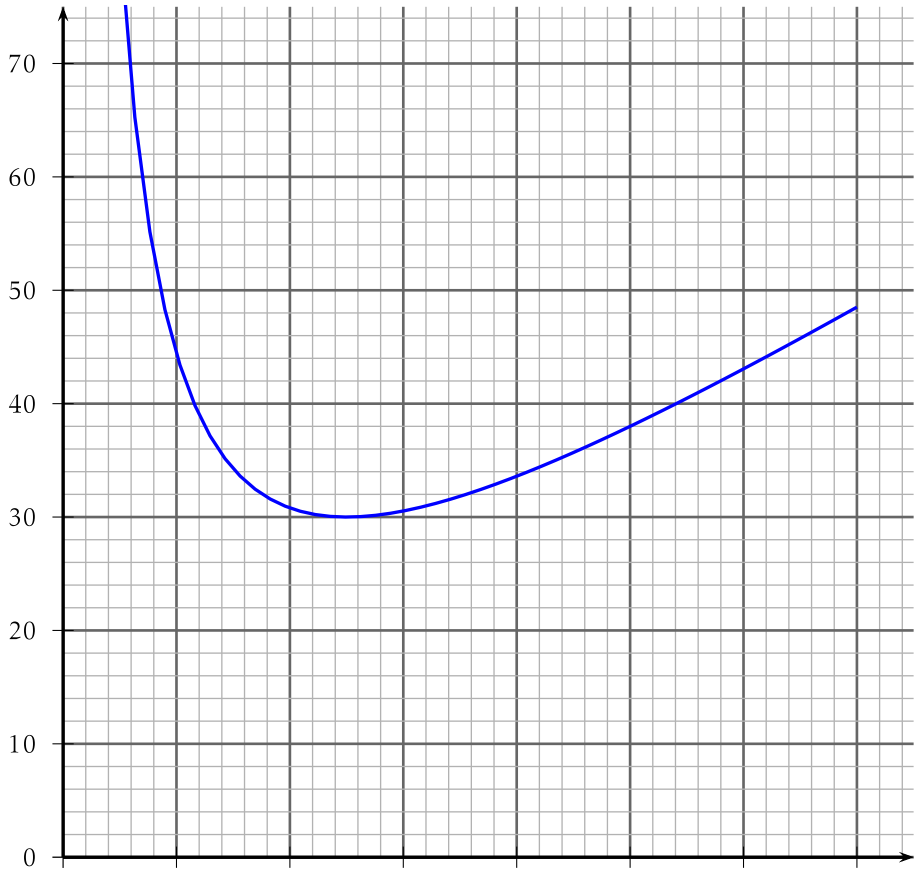
x	5		$\approx 25{,}0$		70
signe de $S'_u(x)$		$-$	0	$+$	
variations de S_u	$81{,}2$	$\searrow$	$30{,}0$	$\nearrow$	$48{,}51$

5. En déduire le nombre de tonnes de cadeaux qui permettent d'obtenir le coût de stockage unitaire minimal et préciser ce coût.

Le nombre de tonnes cadeaux qui minimise le coût de stockage unitaire minimal est 30,0 et il atteint pour 25,0 tonnes de cadeaux.

6. Pour réfléchir : la valeur de x qui minimise le coût unitaire est-elle aussi celle qui minimise le coût de stockage ?

Une lecture graphique de la fonction S montre que le coût de stockage S est minimal pour $x \approx 1{,}25 \neq 25{,}0$



COÛTS DE STOCKAGE

NOM - Prénom ....

Non content d'exploiter ses lutins (voir contrôle c03), le Père Noël cherche en plus à diminuer le coût de stockage de ses jouets (certains sont stockés plusieurs mois avant d'être distribués).

Le coût de stockage total *en milliers d'euros* (noté S) de *x tonnes de jouets* est définit sur $[5;70]$ par

$$S(x) = 0{,}64x^2 - 12x + 400$$

Lectures graphiques

Dans cette partie, répondre aux questions à l'aide d'une lecture graphique en faisant apparaître les *flèches de lecture*.

Le graphique représente coût de stockage *unitaire*, c'est à dire pour une tonne de cadeaux.

1. Écrire sur chaque axe la légende correspondante.
2. Donner le nombre de tonnes de cadeaux telles que le coût de stockage unitaire soit inférieur à 30 000 €.
3. Lire le coût de stockage unitaire minimal et le nombre de tonnes correspondant.

Calculs

Soucieux de précision, le Père Noël demande une étude chiffrée !

1. Justifier que la fonction S_u, définie sur $[5;70]$ et qui représente le coût de stockage d'une tonne de cadeaux a pour expression :

$$S_u(x) = 0{,}64x + \frac{400}{x}$$

2. Déterminer l'expression de S'_u la fonction dérivée de S_u sur $[5;70]$.

$S_u(x) = \boxed{0{,}64x} + \boxed{\dfrac{400}{x^2}}$

$\square$ On reconnaît une fonction affine $x \mapsto mx + p$ avec $m = 0{,}64$ et $p = -12$;

sa dérivée est de la forme $x \mapsto m$; donc ici $\boxed{x \mapsto 0{,}64}$

☐ On reconnaît une fonction inverse $x \mapsto \dfrac{k}{x}$ avec $k = 400$;

sa dérivée est de la forme $x \mapsto -\dfrac{k}{x^2}$; donc ici $\boxed{x \mapsto -\dfrac{400}{x^2}}$

Donc $S'_u(x) = \boxed{0{,}64} + \boxed{-\dfrac{400}{x^2}}$

3. Vérifier que la fonction S'_u peut s'écrire : $S'_u(x) = \dfrac{(0{,}8x+20)(0{,}8x-20)}{x^2}$

Posons $A = \dfrac{(0{,}8x+20)(0{,}8x-20)}{x}$

En développant : $A = \dfrac{0{,}64x^2 - 400}{x^2} = \dfrac{0{,}64x^2}{x^2} - \dfrac{400}{x^2} = 0{,}64 - \dfrac{400}{x^2}$

Donc $A = S'_u(x)$.

4. Compléter (en justifiant) le tableau de signe de $S'_u(x)$ sur $[5;70]$, puis dresser le tableau de variations de S_u.

x	5	$\dfrac{20}{0{,}8}$	70
signe de $0{,}8x+20(*)$	$+$	|	$+$
signe de $0{,}8x-20(*)$	$-$	0	$+$
signe de x^2	$+$	|	$+$
signe de $S'_u(x)$	$-$	0	$+$

(*) préciser : fonction affine avec $m = 0{,}8$ et $p = \pm 20$. Comme $0{,}8 > 0$, la fonction est croissante. La valeur qui annule est $\dfrac{-p}{m}$

x	5	$\approx 25{,}0$	70
signe de $S'_u(x)$	$-$	0	$+$
variations de S_u	$71{,}2$ ↘	$20{,}0$	↗ $38{,}51$

5. En déduire le nombre de tonnes de cadeaux qui permettent d'obtenir le coût de stockage unitaire minimal et préciser ce coût.

Le nombre de tonnes cadeaux qui minimise le coût de stockage unitaire minimal est 20,0 et il atteint pour 25,0 tonnes de cadeaux.

6. Pour réfléchir : la valeur de x qui minimise le coût unitaire est-elle aussi celle qui minimise le coût de stockage ?

Une lecture graphique de la fonction S montre que le coût de stockage S est minimal pour $x \approx 7{,}5 \neq 25{,}0$