C07

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Note trimestrielle *8 points*

Arnufle a des réactions étranges en fonction de ses notes :

- s'il obtient une note strictement inférieure à 10, il se met à travailler (enfin) et il a trois chances sur cinq de gagner 3 points par rapport à sa note précédente, et sinon il perd un point par rapport à sa note précédente ;
- dans le cas contraire (la note obtenue est supérieure ou égale à 10) , il prend un peu trop confiance en lui : il a alors deux chances sur trois de perdre 2 points par rapport à sa note précédente, et sinon il gagne un point par rapport à sa note précédente.

On note A l'événement : « la note augmente » et on définit X la variable aléatoire qui représente la moyenne de ses trois notes.

1. Compléter l'arbre suivant en indiquant les probabilités sur les branches et les notes obtenues dans les cases sous le nom des événéments.
2. Indiquer en face de chaque issue la moyenne obtenue (laisser si besoin sous forme fractionnaire).
3. Déterminer la loi de probabilité de X.
4. En justifiant le calcul, donner la probabilité qu'Arnufle obtienne une moyenne supérieure ou égale à 10 ce trimestre.
5. Calculer l'espérance de X (sous forme fractionnaire, puis approchée au dixième).
6. En justifiant le calcul, donner la probabilité qu'Arnufle obtienne une moyenne en points entiers ce trimestre.

Exercice 2 — Fonctions dérivées *12 points*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 5x^2 - 88x + 100$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Partie A – Fonction f

1. À l'aide de la calculatrice, dessiner l'allure de $\mathscr{C}$ et lire les abscisses des extrema locaux.
2. f' est la fonction dérivée de f. Donner son expression en détaillant les calculs.

   L'expression de f' est de la forme $f'(x) = 3x^2 + bx + c$

3. À l'aide d'un calcul, déterminer les abscisses exactes des extrema locaux.

   La fonction f atteint un extremum local quand la dérivée s'annule en changeant de signe.
   On cherche donc x tel que $f'(x) = 0$

4. $\mathscr{T}$ est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2. Déterminer son équation réduite.

   L'équation de la tangente est $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

Partie B – Fonction g

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \dfrac{384}{x}$ et $\mathscr{H}$ sa courbe représentative.

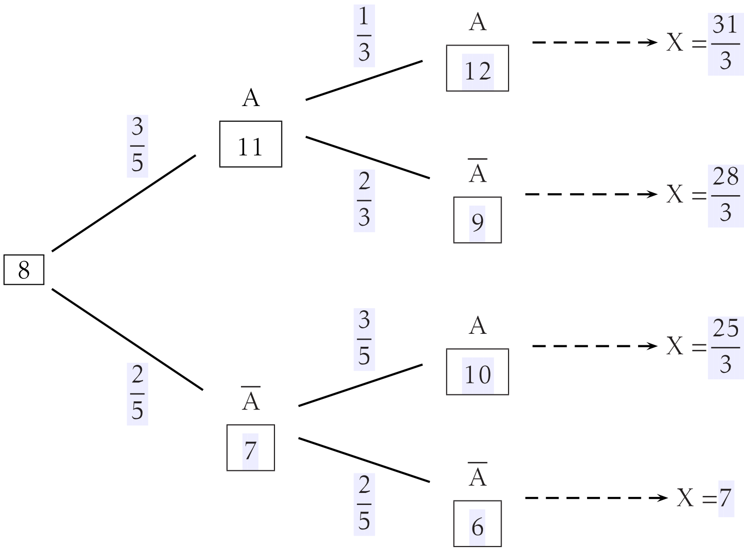
1. Déterminer l'expression de g', qui est la fonction dérivée de g.

   g est de la forme $x \mapsto k \times \dfrac{1}{x}$ qui a pour dérivée $x \mapsto k \times \dfrac{-1}{x^2}$.

2. Déterminer s'il existe des tangentes à $\mathscr{H}$ parallèles à $\mathscr{T}$, et dans l'affirmative donner les abscisses des points $\mathscr{H}$ vérifiant cette propriété.

   Deux droites sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur. On cherche x tel que $g'(x) = f'(2)$.
   Ce qui amène à résoudre une équation de la forme $f'(2) \times x^2 - 4 \times f'(2) = 0$
   $\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$
   $\Leftrightarrow x = \pm 2$
   Donc les tangentes à $\mathscr{H}$ aux points d'abscisse -2 et 2 sont parallèles à $\mathscr{T}$.

$f(x)$	$f'(x)$	x_1	x_2	$\mathscr{T}$
$x^3-5x^2-88x+100$	$3x^2-10x-88$	-4	$\frac{22}{3}$	$y=-96x+104$
$x^3-5x^2-57x+150$	$3x^2-10x-57$	-3	$\frac{19}{3}$	$y=-65x+154$
$x^3+2x^2-64x-50$	$3x^2+4x-64$	4	$-\frac{16}{3}$	$y=-44x-74$
$x^3+4x^2-80x-350$	$3x^2+8x-80$	4	$-\frac{20}{3}$	$y=-52x-382$



$X=x_i$	7	$\frac{25}{3}$	$\frac{28}{3}$	$\frac{31}{3}$
$p(X=x_i)$	$\frac{4}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$

$p(X \geqslant 10) = p(X=\dfrac{31}{3}) = \dfrac{1}{5}$

$E(X) = 7\times\dfrac{4}{25} + \dfrac{25}{3}\times\dfrac{6}{25} + \dfrac{28}{3}\times\dfrac{2}{5} + \dfrac{31}{3}\times\dfrac{1}{5} = \dfrac{223}{25} = 8{,}92$

points entiers : $p(X=7) = \dfrac{4}{25}$

C07

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Note trimestrielle *8 points*

Arnufle a des réactions étranges en fonction de ses notes :

- s'il obtient une note strictement inférieure à 10, il se met à travailler (enfin) et il a trois chances sur quatre de gagner 3 points par rapport à sa note précédente, et sinon il perd un point par rapport à sa note précédente ;
- dans le cas contraire (la note obtenue est supérieure ou égale à 10) , il prend un peu trop confiance en lui : il a alors deux chances sur trois de perdre 2 points par rapport à sa note précédente, et sinon il gagne un point par rapport à sa note précédente.

On note A l'événement : « la note augmente » et on définit X la variable aléatoire qui représente la moyenne de ses trois notes.

1. Compléter l'arbre suivant en indiquant les probabilités sur les branches et les notes obtenues dans les cases sous le nom des événéments.
2. Indiquer en face de chaque issue la moyenne obtenue (laisser si besoin sous forme fractionnaire).
3. Déterminer la loi de probabilité de X.
4. En justifiant le calcul, donner la probabilité qu'Arnufle obtienne une moyenne supérieure ou égale à 10 ce trimestre.
5. Calculer l'espérance de X (sous forme fractionnaire, puis approchée au dixième).
6. En justifiant le calcul, donner la probabilité qu'Arnufle obtienne une moyenne en points entiers ce trimestre.

Exercice 2 — Fonctions dérivées *12 points*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 5x^2 - 57x + 150$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Partie A – Fonction f

1. À l'aide de la calculatrice, dessiner l'allure de $\mathscr{C}$ et lire les abscisses des extrema locaux.
2. f' est la fonction dérivée de f. Donner son expression en détaillant les calculs.

   L'expression de f' est de la forme $f'(x) = 3x^2 + bx + c$

3. À l'aide d'un calcul, déterminer les abscisses exactes des extrema locaux.

   La fonction f atteint un extremum local quand la dérivée s'annule en changeant de signe.
   On cherche donc x tel que $f'(x) = 0$

4. $\mathscr{T}$ est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2. Déterminer son équation réduite.

   L'équation de la tangente est $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

Partie B – Fonction g

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \dfrac{260}{x}$ et $\mathscr{H}$ sa courbe représentative.

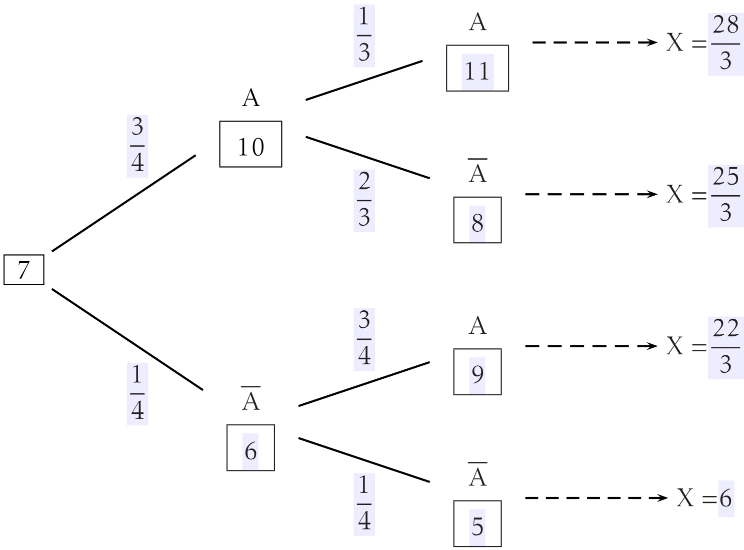
1. Déterminer l'expression de g', qui est la fonction dérivée de g.

   g est de la forme $x \mapsto k \times \dfrac{1}{x}$ qui a pour dérivée $x \mapsto k \times \dfrac{-1}{x^2}$.

2. Déterminer s'il existe des tangentes à $\mathscr{H}$ parallèles à $\mathscr{T}$, et dans l'affirmative donner les abscisses des points $\mathscr{H}$ vérifiant cette propriété.

   Deux droites sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur. On cherche x tel que $g'(x) = f'(2)$.
   Ce qui amène à résoudre une équation de la forme $f'(2) \times x^2 - 4 \times f'(2) = 0$
   $\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$
   $\Leftrightarrow x = \pm 2$
   Donc les tangentes à $\mathscr{H}$ aux points d'abscisse -2 et 2 sont parallèles à $\mathscr{T}$.

$f(x)$	$f'(x)$	x_1	x_2	$\mathscr{T}$
$x^3-5x^2-88x+100$	$3x^2-10x-88$	-4	$\frac{22}{3}$	$y=-96x+104$
$x^3-5x^2-57x+150$	$3x^2-10x-57$	-3	$\frac{19}{3}$	$y=-65x+154$
$x^3+2x^2-64x-50$	$3x^2+4x-64$	4	$-\frac{16}{3}$	$y=-44x-74$
$x^3+4x^2-80x-350$	$3x^2+8x-80$	4	$-\frac{20}{3}$	$y=-52x-382$



$X=x_i$	6	$\frac{22}{3}$	$\frac{25}{3}$	$\frac{28}{3}$
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$p(X \geqslant 10) = 0$

$E(X) = 6\times\frac{1}{16}+\frac{22}{3}\times\frac{3}{16}+\frac{25}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{28}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{33}{4}=8{,}25$

points entiers : $p(X=6)=\frac{1}{16}$

C07

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Note trimestrielle *8 points*

Arnufle a des réactions étranges en fonction de ses notes :

- s'il obtient une note strictement inférieure à 10, il se met à travailler (enfin) et il a trois chances sur cinq de gagner 3 points par rapport à sa note précédente, et sinon il perd un point par rapport à sa note précédente ;
- dans le cas contraire (la note obtenue est supérieure ou égale à 10) , il prend un peu trop confiance en lui : il a alors deux chances sur trois de perdre 2 points par rapport à sa note précédente, et sinon il gagne un point par rapport à sa note précédente.

On note A l'événement : « la note augmente » et on définit X la variable aléatoire qui représente la moyenne de ses trois notes.

1. Compléter l'arbre suivant en indiquant les probabilités sur les branches et les notes obtenues dans les cases sous le nom des événéments.
2. Indiquer en face de chaque issue la moyenne obtenue (laisser si besoin sous forme fractionnaire).
3. Déterminer la loi de probabilité de X.
4. En justifiant le calcul, donner la probabilité qu'Arnufle obtienne une moyenne supérieure ou égale à 10 ce trimestre.
5. Calculer l'espérance de X (sous forme fractionnaire, puis approchée au dixième).
6. En justifiant le calcul, donner la probabilité qu'Arnufle obtienne une moyenne en points entiers ce trimestre.

Exercice 2 — Fonctions dérivées *12 points*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 2x^2 - 64x - 50$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Partie A – Fonction f

1. À l'aide de la calculatrice, dessiner l'allure de $\mathscr{C}$ et lire les abscisses des extrema locaux.
2. f' est la fonction dérivée de f. Donner son expression en détaillant les calculs.

   L'expression de f' est de la forme $f'(x) = 3x^2 + bx + c$

3. À l'aide d'un calcul, déterminer les abscisses exactes des extrema locaux.

   La fonction f atteint un extremum local quand la dérivée s'annule en changeant de signe.
   On cherche donc x tel que $f'(x) = 0$

4. $\mathscr{T}$ est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2. Déterminer son équation réduite.

   L'équation de la tangente est $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

Partie B – Fonction g

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \dfrac{176}{x}$ et $\mathscr{H}$ sa courbe représentative.

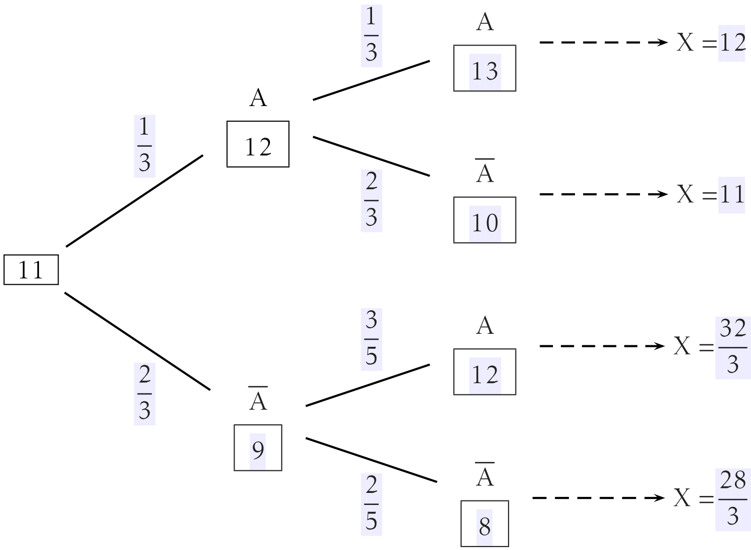
1. Déterminer l'expression de g', qui est la fonction dérivée de g.

   g est de la forme $x \mapsto k \times \dfrac{1}{x}$ qui a pour dérivée $x \mapsto k \times \dfrac{-1}{x^2}$.

2. Déterminer s'il existe des tangentes à $\mathscr{H}$ parallèles à $\mathscr{T}$, et dans l'affirmative donner les abscisses des points $\mathscr{H}$ vérifiant cette propriété.

   Deux droites sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur. On cherche x tel que $g'(x) = f'(2)$.
   Ce qui amène à résoudre une équation de la forme $f'(2) \times x^2 - 4 \times f'(2) = 0$
   $\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$
   $\Leftrightarrow x = \pm 2$
   Donc les tangentes à $\mathscr{H}$ aux points d'abscisse -2 et 2 sont parallèles à $\mathscr{T}$.

$f(x)$	$f'(x)$	x_1	x_2	$\mathscr{T}$
$x^3-5x^2-88x+100$	$3x^2-10x-88$	-4	$\frac{22}{3}$	$y=-96x+104$
$x^3-5x^2-57x+150$	$3x^2-10x-57$	-3	$\frac{19}{3}$	$y=-65x+154$
$x^3+2x^2-64x-50$	$3x^2+4x-64$	4	$-\frac{16}{3}$	$y=-44x-74$
$x^3+4x^2-80x-350$	$3x^2+8x-80$	4	$-\frac{20}{3}$	$y=-52x-382$



$X = x_i$	$\frac{28}{3}$	$\frac{32}{3}$	11	12
$p(X = x_i)$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

$p(X \geqslant 10) = 1 - p(X = \frac{28}{3}) = \frac{11}{15}$

$E(X) = \frac{28}{3} \times \frac{4}{15} + \frac{32}{3} \times \frac{2}{5} + 11 \times \frac{2}{9} + 12 \times \frac{1}{9} = \frac{158}{15} = 10{,}5$

points entiers : $p(X = 11) + p(X = 12) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$

C07

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Note trimestrielle *8 points*

Arnufle a des réactions étranges en fonction de ses notes :

- s'il obtient une note strictement inférieure à 10, il se met à travailler (enfin) et il a trois chances sur quatre de gagner 3 points par rapport à sa note précédente, et sinon il perd un point par rapport à sa note précédente ;
- dans le cas contraire (la note obtenue est supérieure ou égale à 10) , il prend un peu trop confiance en lui : il a alors deux chances sur trois de perdre 2 points par rapport à sa note précédente, et sinon il gagne un point par rapport à sa note précédente.

On note A l'événement : « la note augmente » et on définit X la variable aléatoire qui représente la moyenne de ses trois notes.

1. Compléter l'arbre suivant en indiquant les probabilités sur les branches et les notes obtenues dans les cases sous le nom des événements.
2. Indiquer en face de chaque issue la moyenne obtenue (laisser si besoin sous forme fractionnaire).
3. Déterminer la loi de probabilité de X.
4. En justifiant le calcul, donner la probabilité qu'Arnufle obtienne une moyenne supérieure ou égale à 10 ce trimestre.
5. Calculer l'espérance de X (sous forme fractionnaire, puis approchée au dixième).
6. En justifiant le calcul, donner la probabilité qu'Arnufle obtienne une moyenne en points entiers ce trimestre.

Exercice 2 — Fonctions dérivées *12 points*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 4x^2 - 80x - 350$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Partie A – Fonction f

1. À l'aide de la calculatrice, dessiner l'allure de $\mathscr{C}$ et lire les abscisses des extrema locaux.
2. f' est la fonction dérivée de f. Donner son expression en détaillant les calculs.

   L'expression de f' est de la forme $f'(x) = 3x^2 + bx + c$

3. À l'aide d'un calcul, déterminer les abscisses exactes des extrema locaux.

   La fonction f atteint un extremum local quand la dérivée s'annule en changeant de signe.
   On cherche donc x tel que $f'(x) = 0$

4. $\mathscr{T}$ est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2. Déterminer son équation réduite.

   L'équation de la tangente est $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

Partie B – Fonction g

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \dfrac{208}{x}$ et $\mathscr{H}$ sa courbe représentative.

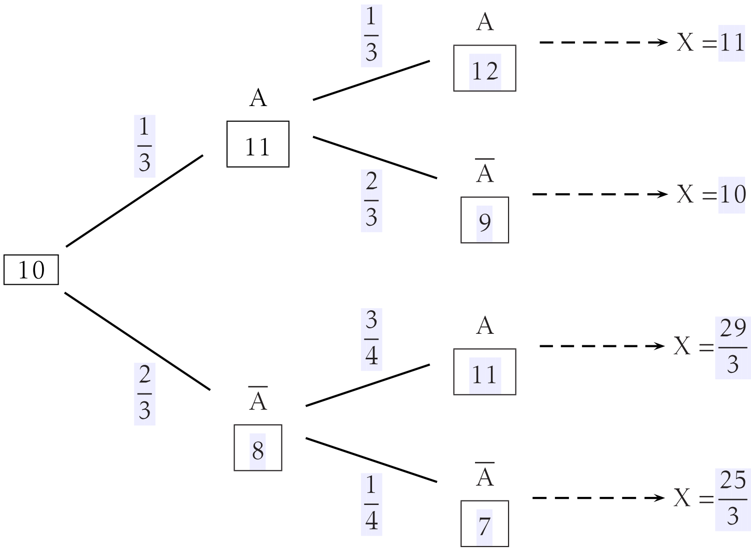
1. Déterminer l'expression de g', qui est la fonction dérivée de g.

   g est de la forme $x \mapsto k \times \dfrac{1}{x}$ qui a pour dérivée $x \mapsto k \times \dfrac{-1}{x^2}$.

2. Déterminer s'il existe des tangentes à $\mathscr{H}$ parallèles à $\mathscr{T}$, et dans l'affirmative donner les abscisses des points $\mathscr{H}$ vérifiant cette propriété.

   Deux droites sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur. On cherche x tel que $g'(x) = f'(2)$.
   Ce qui amène à résoudre une équation de la forme $f'(2) \times x^2 - 4 \times f'(2) = 0$
   $\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$
   $\Leftrightarrow x = \pm 2$
   Donc les tangentes à $\mathscr{H}$ aux points d'abscisse -2 et 2 sont parallèles à $\mathscr{T}$.

$f(x)$	$f'(x)$	x_1	x_2	$\mathscr{T}$
$x^3-5x^2-88x+100$	$3x^2-10x-88$	-4	$\frac{22}{3}$	$y=-96x+104$
$x^3-5x^2-57x+150$	$3x^2-10x-57$	-3	$\frac{19}{3}$	$y=-65x+154$
$x^3+2x^2-64x-50$	$3x^2+4x-64$	4	$-\frac{16}{3}$	$y=-44x-74$
$x^3+4x^2-80x-350$	$3x^2+8x-80$	4	$-\frac{20}{3}$	$y=-52x-382$



$X=x_i$	$\frac{25}{3}$	$\frac{29}{3}$	10	11
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

$p(X \geqslant 10) = p(X=10)+p(X=11) = \dfrac{1}{3}$

$E(X) = \dfrac{25}{3}\times\dfrac{1}{6}+\dfrac{29}{3}\times\dfrac{1}{2}+10\times\dfrac{2}{9}+11\times\dfrac{1}{9} = \dfrac{29}{3} = 9{,}7$

points entiers : $p(X=10)+p(X=11) = \dfrac{2}{9}+\dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{3}$