le sujet est à rendre avec la copie.

Nom, Prénom : ....Classe : ......

Sujet A

- L'usage d'UNE seule calculatrice par élève est autorisé (échange entre élève interdit).
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- Tout résultat doit être soigneusement justifié et tous les calculs doivent clairement explicités.
- Les 4 exercices sont indépendants.
- Cette évaluation dure 2 heures et est notée sur 40 points

Exercice 1 — Calcul algébrique

9 points

1. Développer et réduire $A(x) = (3x-2)(5-x)$

(sujet A)

$A(x) = (3x-2)(5-x)$

$A(x) = 3x \times 5 + 3x \times (-x) - 2 \times 5 - 2 \times (-x)$

$A(x) = 15x - 3x^2 - 10 + 2x$

$A(x) = -3x^2 + 17x - 10$

(sujet B)

$A(x) = (2x-5)(3-x)$

$A(x) = 2x \times 3 + 3x \times (-x) - 5 \times 3 - 5 \times (-x)$

$A(x) = 6x - 3x^2 - 15 + 5x$

$A(x) = -3x^2 + 11x - 15$

2. Factoriser $B(x) = (x+1)(3x-2) - (x+1)(5-x)$.

(sujet A)

$B(x) = (x+1)(3x-2) - (x+1)(5-x)$

$B(x) = (x+1)((3x-2) - (5-x))$

$B(x) = (x+1)(3x-2-5+x)$

$B(x) = (x+1)(4x-7)$

(sujet B)

$B(x) = (x+5)(3x-2) - (x+5)(x+1)$

$B(x) = (x+5)((3x-2) - (x+1))$

$B(x) = (x+5)(3x-2-x-1)$

$B(x) = (x+5)(2x-3)$

3. Factoriser $C(x) = 36 - (11-2x)^2$.

(sujet A)

$C(x) = 36 - (11-2x)^2$

$C(x) = 6^2 - (11-2x)^2$

$C(x) = (6-(11-2x)) \times (6+(11-2x))$

$C(x) = (6-11+2x)(6+11-2x)$

$C(x) = (2x-5)(17-2x)$.

(Sujet B)

$C(x) = 49 - (13-2x)^2$

$C(x) = 7^2 - (13-2x)^2$

$C(x) = (7-(13-2x))(7+(13-2x))$

$C(x) = (7-13+2x)(7+13-2x)$

$C(x) = (-6+2x)(20-2x)$

4. Compléter le tableau de signes en justifiant.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $(3x+18)$	
signe de $(7-x)$	
signe de $(3x+18)(7-x)$	

5. Dans un repère, tracer la représentation graphique de la fonction affine $f(x) = 3x - 5$

6. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x^2 - 9x = 0$

(sujet A)	(Sujet B)
$2x^2-9x=0$ $\Leftrightarrow x(2x-9)=0$ $\Leftrightarrow x=0 \quad$ ou $2x-9=0 \Leftrightarrow x=4{,}5$ l'équation admet deux solutions : 0 et 4,5	$2x^2-7x=0$ $\Leftrightarrow x(2x-7)=0$ $\Leftrightarrow x=0 \quad$ ou $2x-7=0 \Leftrightarrow x=3{,}5$ l'équation admet deux solutions : 0 et 3,5

7. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-3x+2 \geqslant 7$

(sujet A)	(Sujet B)
$-3x+2 \geqslant 7$ $\Leftrightarrow -3x \geqslant 5$ $\Leftrightarrow x \leqslant -\dfrac{5}{3}$: changement d'ordre ! donc $-3x+2 \geqslant 7 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty;-\dfrac{5}{3}\right]$ l'ensemble des solutions est $\left]-\infty;-\dfrac{5}{3}\right]$	$-7x+3 \leqslant 5$ $\Leftrightarrow -7x \leqslant 2$ $\Leftrightarrow x \geqslant -\dfrac{2}{7}$: changement d'ordre ! donc $-3x+2 \geqslant 7 \Leftrightarrow x \in \left[-\dfrac{2}{7};+\infty\right[$ l'ensemble des solutions est $\left[-\dfrac{2}{7};+\infty\right[$

8. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2=12$

Méthode au choix : identités remarquables, fonctions de référence... (sujet A)	$x^2=12 \Leftrightarrow x=-\sqrt{12}$ ou $x=\sqrt{12}$ (sujet B) $x^2=15 \Leftrightarrow x=-\sqrt{15}$ ou $x=\sqrt{15}$

Exercice 2 — Géométrie repérée *10 points*

Dans le repère orthonormé $\left(O;\vec{\imath};\vec{\jmath}\right)$ donné ci-après, on considère les points suivants : E(2;−4), F(6;−2), G(2;4), H(−2;2).

1. Placer les points E, F, G et H dans le repère.
2. Calculer les coordonnées du point I, milieu du segment [EG].

$$I=\left(\frac{2+2}{2};\frac{-4+4}{2}\right)=(2;0)$$

3. Calculer la distance EF. On admet que EG = 8.

$$EF=\sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}$$

4. a) Démontrer que EFGH est un parallélogramme.
   b) EFGH est-il un rectangle ? Justifier à l'aide d'un calcul.

EFGH semble être un rectangle.

Pour démontrer que EFGH est un parallélogramme il suffit de vérifier une des conditions suivantes (entre autres) :

- les diagonales [EG] et [FH] se coupent en leur milieu ;
- les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$ sont égaux ;
- les vecteurs $\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont égaux ;
- $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HG}$

Pour démontrer que c'est un rectangle, on peut montrer (au choix)

- qu'un des angles est droit ;
- que les diagonales sont de même longueur.

angle droit : Dans le triangle EFG, on sait que $EF = \sqrt{20}$ et que $EG = 8$.

On calcule $FG = \sqrt{52}$.

Comparer $EF^2 + FG^2$ avec EG^2

diagonales : Comparer EG avec FH.

conclusion

- sujet A : EFGH n'est pas un rectangle.
- sujet B : EFGH est un rectangle.

5. Construire le point P défini par : $\overrightarrow{EP} = 2\overrightarrow{HG} - \overrightarrow{EH}$.

Construction de P à l'aide des coordonnées ou de la relation de Chasles ou ...

6. a) La droite (EF) a pour équation $y = \dfrac{1}{2}x - 5$

Le point J de coordonnées (154;72) appartient-il à la droite (EF) ? Justifier.

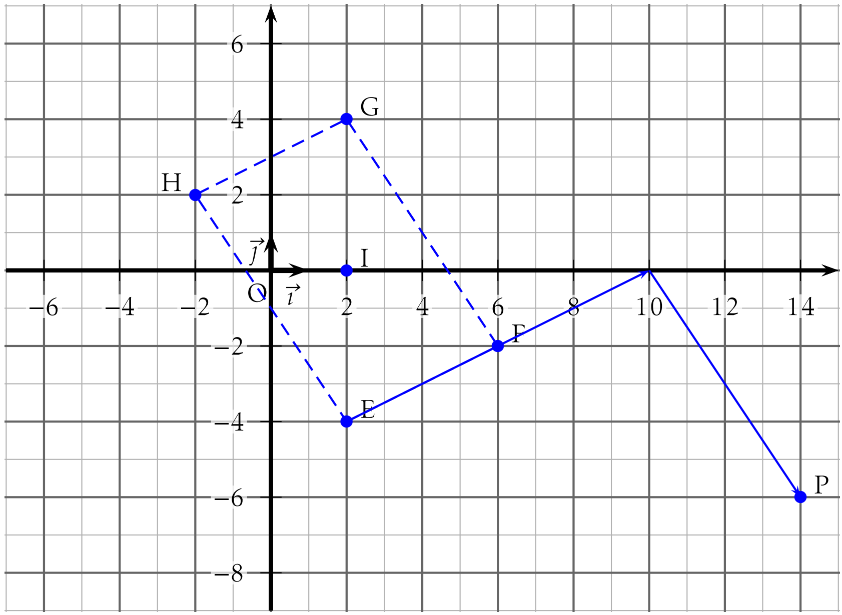
Remplacer x par x_J dans l'équation ...

b) Soit le point K(35;−16). À l'aide d'un calcul, déterminer si les points H, F et K sont alignés.

- fonctions affines : (HF) : $y = \dfrac{y_H + 2}{-8}(x-6) - 2$; en remplaçant x par 35, on trouve $y = -16{,}5$ (sujet A) ou $y = -23{,}75$ (sujet B).
- vecteurs et déterminant : $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix} 8 \\ -2 - y_H \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HK}\begin{pmatrix} 37 \\ -16 - y_H \end{pmatrix}$,

  or $8 \times (-16 - y_H) - (-2 - y_H) \times 37$ vaut 8 (sujet A) ou 70 (sujet B)

l **conclusion** : les points ne sont pas alignés.



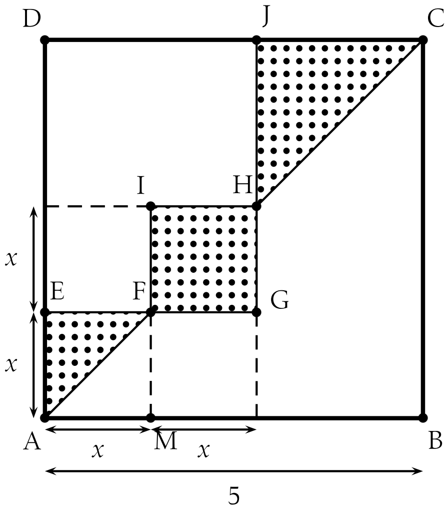
Exercice 3 — Fonctions

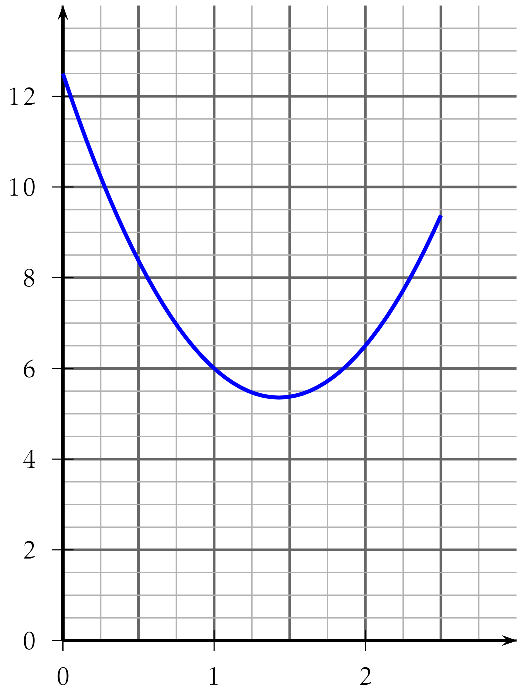
Le ministère de l'Éducation Nationale a décidé d'offrir un bijou à chaque enseignant qui prendra sa retraite lors de l'année scolaire 2023.

Pour les professeurs de mathématiques, ce bijou est une plaque carrée en argent de côté 5 cm, dont une partie (composée de deux triangles rectangles et d'un carré ; zone en pointillés sur la figure) est recouverte d'une poudre de pierres précieuses.

Pour des questions budgétaires, cette zone doit avoir une surface minimale !

La figure représente le bijou, le graphique représente la courbe de la fonction f, qui donne l'aire de la zone en pointillés en fonction de la distance AM. On pose $\mathrm{AM} = x$.





Partie A – Lectures graphiques

6 points

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par la lecture graphique.

1. Lire l'image de 0,5.
Donner le(s) antécédent(s) de 7.

(sujet A)	(sujet B)
• image de $0{,}5 \approx 8{,}4$	• image de $2 \approx 6{,}5$
• antécédents de 7 : 0,75 et 2,1	• antécédents de 8 : 0,55 et 2,25

2. Résoudre l'inéquation $f(x) > 6$.
$x \in [0\,;1[\, \cup\,]1{,}8\,;2{,}5]$

3. Déterminer les valeurs de x telles que la surface recouverte de poudre de pierres précieuses ait une aire inférieure ou égale à 10.
(Sujet A) l'aire est inférieure ou égale à 10 si $x \in [0{,}25\,;2{,}5]$
(Sujet B) l'aire est supérieure ou égale à 10 si $x \in [0\,;0{,}25]$

4. L'affirmation « La fonction donnant l'aire de la surface pointillée est une fonction affine. » est-elle vraie ? Justifier.

   la représentation n'est pas une droite, donc la fonction f n'est pas affine.

5. Construire le tableau de variations de la fonction f (préciser les valeurs extrêmes).

x	0	1,4	2,5
variations de f	12,4 $\searrow$	5,4	$\nearrow$ 9,4

Partie B – Calculs

7 points

1. Préciser l'intervalle de définition de la fonction f.

   $x \in [0\,;2{,}5]$

2. Justifier à l'aide d'un calcul que $f(x) = 3{,}5x^2 - 10x + 12{,}5$.

   Le motif est composé du triangle rectangle AEF, du carré FGHI et du triangle rectangle HJC.

   Rappel : aire du triangle = $\dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

   $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + x^2 + \dfrac{1}{2}(5-2x)^2$

   $f(x) = \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{1}{2}(5^2 - 2\times 5\times 2x + 4x^2)$

   $f(x) = \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{25}{2} - 10x + 2x^2$

   $f(x) = \dfrac{7}{2}x^2 - 10x + \dfrac{25}{2}$

   $f(x) = 3{,}5x^2 - 10x + 12{,}5$

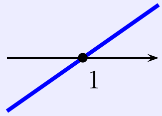
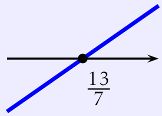
3. Démontrer que l'inéquation $f(x) > 6$ est équivalente à $(x-1)(3{,}5x-6{,}5) > 0$.

   $f(x) > 6$
   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 12{,}5 > 6$
   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 12{,}5 - 6 > 0$
   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 6{,}5 > 0$

   $(x-1)(3{,}5x-6{,}5) > 0$
   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 6{,}5x - 3{,}5x + 6{,}5 > 0$
   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 6{,}5 > 0$

   donc $f(x) > 6 \Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 6{,}5 > 0$

4. Résoudre $(x-1)(3{,}5x-6{,}5) > 0$ pour $x \in [0\,;2{,}5]$.

x	0		1		$\frac{13}{7}$		2,5	
signe de $x-1$		$-$	0	$+$		$+$		
signe de $3,5x-6,5$		$-$		$-$	0	$+$		
signe du produit		$+$	0	$-$	0	$+$		

Donc $(x-1)(3,5x-6,5)>0 \Leftrightarrow x \in [0\,;1[\cup \left]\frac{13}{7}\,;2,5\right]$

Exercice 4 — Calculs de pourcentages

8 points

1. Dans le lycée Maryam Mirzakhani, il y a 357 élèves en première générale, ce qui représente 35 % des élèves du lycée. Combien y a-t-il d'élèves dans ce lycée ?

Soit n le nombre d'élèves du lycée. L'énoncé nous dit : $\frac{35}{100}\times n = 357$

$\Leftrightarrow 0,35n = 357$

$\Leftrightarrow n = \frac{357}{0,35} = 1\,020$ (sujet B : 850) Il y a 1 020 élèves au lycée Maryam Mirzakhani.

2. Dans le lycée Michel Chasles, le nombre d'élèves est passé de 1 800 pour l'année 2021 à 1 188 pour l'année 2022. Quel est la variation en pourcentage du nombre d'élèves entre 2021 et 2022 ?

On cherche le coefficient c tel que $1\,188 = c\times 1\,800$.

Donc $c = \frac{1\,188}{1\,800} = 0,66 = 1-0,34$.

Ce qui qui représente une baisse de 34 % (sujet B : baisse de 18 %)

3. Le lycée Sophie Germain compte 1 170 élèves, soit 22 % de moins que l'an dernier. Combien y avait-il d'élèves l'an dernier ?

Soit n le nombre d'élèves l'an dernier.

L'énoncé se traduit : $n\times\left(1-\frac{22}{100}\right) = 1\,170$

$n\times 0,78 = 1\,170 \Leftrightarrow n = \frac{1\,170}{0,78} = 1\,500$ (sujet B : 1 800).

L'an dernier, le lycée Sophie Germain comptait donc 1 500 élèves.

4. Dans le lycée Pierre de Fermat, le nombre d'élèves a augmenté de 35 % entre 2010 et 2015 et de 15 % entre 2015 et 2020. Quel est le pourcentage d'évolution du nombre d'élèves entre 2010 et 2020 ?

Soit g le coefficient d'évolution global : $g = \left(1 + \frac{35}{100}\right) \times \left(1 + \frac{15}{100}\right) = 1{,}5525 = 1 + \frac{55{,}25}{100}$.
donc en dix ans le nombre d'élèves a augmenté de 55,25 % (sujet B : 57,95 % ;).

le sujet est à rendre avec la copie.

Nom, Prénom : ....Classe : ......

Sujet B

- L'usage d'UNE seule calculatrice par élève est autorisé (échange entre élève interdit).
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- Tout résultat doit être soigneusement justifié et tous les calculs doivent clairement explicités.
- Les 4 exercices sont indépendants.
- Cette évaluation dure 2 heures et est notée sur 40 points

Exercice 1 — Calcul algébrique

9 points

1. Développer et réduire $A(x) = (2x-5)(3-x)$

(sujet A)

$A(x) = (3x-2)(5-x)$

$A(x) = 3x\times 5 + 3x\times(-x) - 2\times 5 - 2\times(-x)$

$A(x) = 15x - 3x^2 - 10 + 2x$

$A(x) = -3x^2 + 17x - 10$

(sujet B)

$A(x) = (2x-5)(3-x)$

$A(x) = 2x\times 3 + 3x\times(-x) - 5\times 3 - 5\times(-x)$

$A(x) = 6x - 3x^2 - 15 + 5x$

$A(x) = -3x^2 + 11x - 15$

2. Factoriser $B(x) = (x+5)(3x-2) - (x+5)(x+1)$.

(sujet A)

$B(x) = (x+1)(3x-2) - (x+1)(5-x)$

$B(x) = (x+1)((3x-2) - (5-x))$

$B(x) = (x+1)(3x-2-5+x)$

$B(x) = (x+1)(4x-7)$

(sujet B)

$B(x) = (x+5)(3x-2) - (x+5)(x+1)$

$B(x) = (x+5)\,((3x-2) - (x+1))$

$B(x) = (x+5)\,(3x-2-x-1)$

$B(x) = (x+5)\,(2x-3)$

3. Factoriser $C(x) = 49 - (13-2x)^2$.

(sujet A)

$C(x) = 36 - (11-2x)^2$

$C(x) = 6^2 - (11-2x)^2$

$C(x) = (6 - (11-2x)) \times (6 + (11-2x))$

$C(x) = (6 - 11 + 2x)(6 + 11 - 2x)$

$C(x) = (2x-5)(17-2x)$.

(Sujet B)

$C(x) = 49 - (13-2x)^2$

$C(x) = 7^2 - (13-2x)^2$

$C(x) = (7 - (13-2x))(7 + (13-2x))$

$C(x) = (7 - 13 + 2x)(7 + 13 - 2x)$

$C(x) = (-6+2x)(20-2x)$

4. Compléter le tableau de signes en justifiant.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $(3x+15)$	
signe de $(3-x)$	
signe de $(3x+15)(3-x)$	

5. Dans un repère, tracer la représentation graphique de la fonction affine $f(x) = 5x - 3$
6. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x^2 - 7x = 0$

(sujet A) $2x^2 - 9x = 0$ $\Leftrightarrow x(2x-9) = 0$ $\Leftrightarrow x = 0 \quad$ ou $2x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 4{,}5$ l'équation admet deux solutions : 0 et 4,5	(Sujet B) $2x^2 - 7x = 0$ $\Leftrightarrow x(2x-7) = 0$ $\Leftrightarrow x = 0 \quad$ ou $2x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 3{,}5$ l'équation admet deux solutions : 0 et 3,5

7. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-7x + 3 \leqslant 5$

(sujet A) $-3x + 2 \geqslant 7$ $\Leftrightarrow -3x \geqslant 5$ $\Leftrightarrow x \leqslant -\frac{5}{3}$: changement d'ordre ! donc $-7x + 3 \leqslant 5 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty\,;-\frac{5}{3}\right]$ l'ensemble des solutions est $\left]-\infty\,;-\frac{5}{3}\right]$	(Sujet B) $-7x + 3 \leqslant 5$ $\Leftrightarrow -7x \leqslant 2$ $\Leftrightarrow x \geqslant -\frac{2}{7}$: changement d'ordre ! donc $-7x + 3 \leqslant 5 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{2}{7}\,;+\infty\right[$ l'ensemble des solutions est $\left[-\frac{2}{7}\,;+\infty\right[$

8. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 = 15$

Méthode au choix : identités remarquables, fonctions de référence... (sujet A)	$x^2 = 12 \Leftrightarrow x = -\sqrt{12}$ ou $x = \sqrt{12}$ (sujet B) $x^2 = 15 \Leftrightarrow x = -\sqrt{15}$ ou $x = \sqrt{15}$

Exercice 2 — Géométrie repérée *10 points*

Dans le repère orthonormé $\left(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\right)$ donné ci-après, on considère les points suivants : E(2;−4), F(6;−2), G(2;6), H(−2;4).

1. Placer les points E, F, G et H dans le repère.
2. Calculer les coordonnées du point I, milieu du segment [EG].

   $I = \left(\frac{2+2}{2}\,;\frac{-4+6}{2}\right) = (2\,;1)$

3. Calculer la distance EF. On admet que EG = 10.

   $EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$

4. a) Démontrer que EFGH est un parallélogramme.

   b) EFGH est-il un rectangle ? Justifier à l'aide d'un calcul.

EFGH semble être un rectangle.

Pour démontrer que EFGH est un parallélogramme il suffit de vérifier une des conditions suivantes (entre autres) :

- les diagonales [EG] et [FH] se coupent en leur milieu ;
- les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$ sont égaux ;
- les vecteurs $\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont égaux ;
- $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HG}$

Pour démontrer que c'est un rectangle, on peut montrer (au choix)

- qu'un des angles est droit ;
- que les diagonales sont de même longueur.

angle droit : Dans le triangle EFG, on sait que $EF = \sqrt{20}$ et que $EG = 10$.

On calcule $FG = \sqrt{80}$.

Comparer $EF^2 + FG^2$ avec EG^2

diagonales : Comparer EG avec FH.

conclusion

- sujet A : EFGH n'est pas un rectangle.
- sujet B : EFGH est un rectangle.

5. Construire le point P défini par : $\overrightarrow{EP} = 2\overrightarrow{HG} - \overrightarrow{EH}$.

Construction de P à l'aide des coordonnées ou de la relation de Chasles ou ...

6. **a)** La droite (EF) a pour équation $y = \dfrac{1}{2}x - 5$

Le point J de coordonnées (145 ; 69) appartient-il à la droite (EF) ? Justifier.

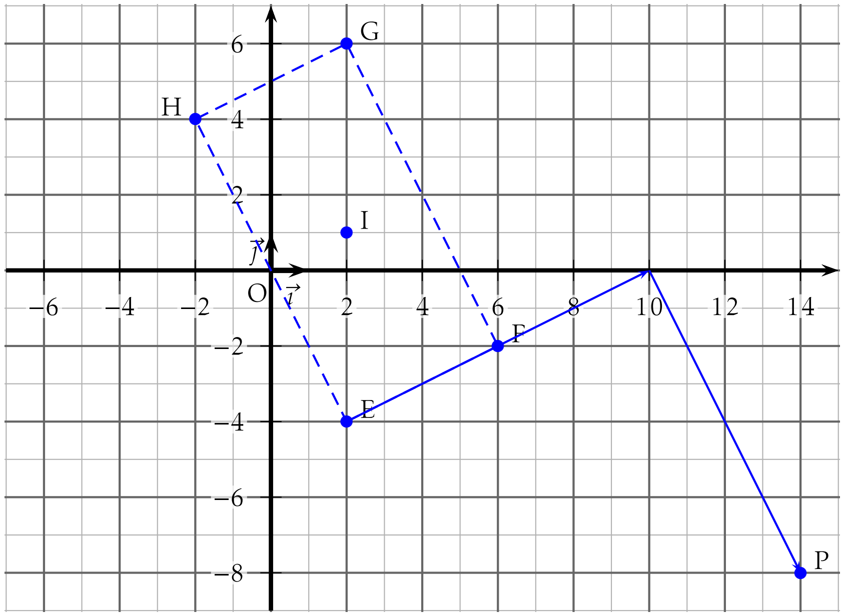
Remplacer x par x_J dans l'équation ...

b) Soit le point K(35 ; −16). À l'aide d'un calcul, déterminer si les points H, F et K sont alignés.

- fonctions affines : (HF) : $y = \dfrac{y_H + 2}{-8}(x - 6) - 2$; en remplaçant x par 35, on trouve $y = -16{,}5$ (sujet A) ou $y = -23{,}75$ (sujet B).
- vecteurs et déterminant : $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix} 8 \\ -2 - y_H \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HK}\begin{pmatrix} 37 \\ -16 - y_H \end{pmatrix}$,

  or $8 \times (-16 - y_H) - (-2 - y_H) \times 37$ vaut 8 (sujet A) ou 70 (sujet B)

l **conclusion** : les points ne sont pas alignés.



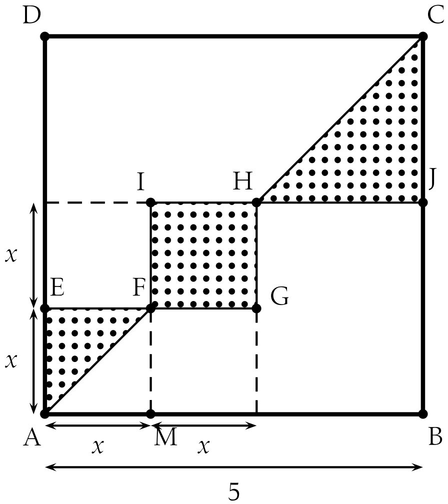
Exercice 3 — Fonctions

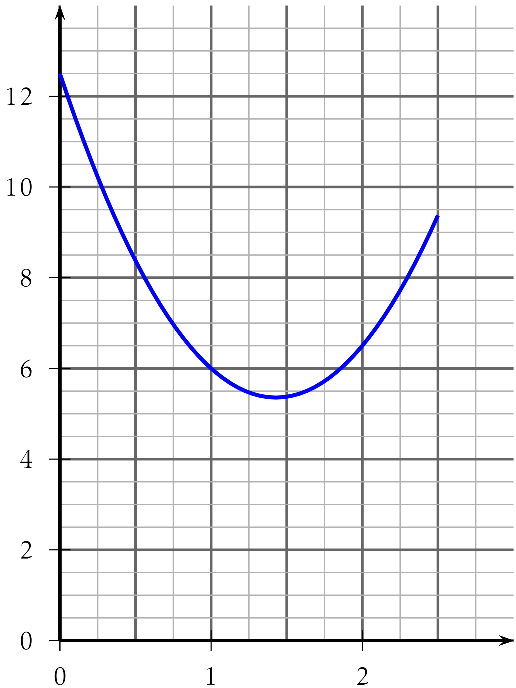
Le ministère de l'Éducation Nationale a décidé d'offrir un bijou à chaque enseignant qui prendra sa retraite lors de l'année scolaire 2023.

Pour les professeurs de mathématiques, ce bijou est une plaque carrée en argent de côté 5 cm, dont une partie (composée de deux triangles rectangles et d'un carré ; zone en pointillés sur la figure) est recouverte d'une poudre de pierres précieuses.

Pour des questions budgétaires, cette zone doit avoir une surface minimale !

La figure représente le bijou, le graphique représente la courbe de la fonction f, qui donne l'aire de la zone en pointillés en fonction de la distance AM. On pose $\text{AM} = x$.





Partie A – Lectures graphiques *6 points*

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par la lecture graphique.

1. Lire l'image de 2.
Donner le(s) antécédent(s) de 8.

(sujet A)	(sujet B)
• image de $0{,}5 \approx 8{,}4$	• image de $2 \approx 6{,}5$
• antécédents de 7 : 0,75 et 2,1	• antécédents de 8 : 0,55 et 2,25

2. Résoudre l'inéquation $f(x) > 6$.

$x \in [0\,;1[\, \cup\,]1{,}8\,;2{,}5]$

3. Déterminer les valeurs de x telles que la surface recouverte de poudre de pierres précieuses ait une aire supérieure ou égale à 10.

(Sujet A) l'aire est inférieure ou égale à 10 si $x \in [0{,}25\,;2{,}5]$

(Sujet B) l'aire est supérieure ou égale à 10 si $x \in [0\,;0{,}25]$

4. L'affirmation « La fonction donnant l'aire de la surface pointillée est une fonction affine. » est-elle vraie ? Justifier.

   la représentation n'est pas une droite, donc la fonction f n'est pas affine.

5. Construire le tableau de variations de la fonction f (préciser les valeurs extrêmes).

x	0	1,4	2,5
variations de f	12,4 ↘	5,4	↗ 9,4

Partie B – Calculs

7 points

1. Préciser l'intervalle de définition de la fonction f.

   $x \in [0\,;2{,}5]$

2. Justifier à l'aide d'un calcul que $f(x) = 3{,}5x^2 - 10x + 12{,}5$.

   Le motif est composé du triangle rectangle AEF, du carré FGHI et du triangle rectangle HJC.

   Rappel : aire du triangle = $\dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

   $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + x^2 + \dfrac{1}{2}(5-2x)^2$

   $f(x) = \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{1}{2}(5^2 - 2 \times 5 \times 2x + 4x^2)$

   $f(x) = \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{25}{2} - 10x + 2x^2$

   $f(x) = \dfrac{7}{2}x^2 - 10x + \dfrac{25}{2}$

   $f(x) = 3{,}5x^2 - 10x + 12{,}5$

3. Démontrer que l'inéquation $f(x) > 6$ est équivalente à $(x-1)(3{,}5x-6{,}5) > 0$.

   $f(x) > 6$

   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 12{,}5 > 6$

   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 12{,}5 - 6 > 0$

   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 6{,}5 > 0$

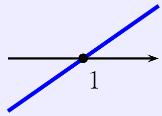
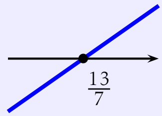
   $(x-1)(3{,}5x-6{,}5) > 0$

   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 6{,}5x - 3{,}5x + 6{,}5 > 0$

   $\Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 6{,}5 > 0$

   donc $f(x) > 6 \Leftrightarrow 3{,}5x^2 - 10x + 6{,}5 > 0$

4. Résoudre $(x-1)(3{,}5x-6{,}5) > 0$ pour $x \in [0\,;2{,}5]$.

x	0		1		$\frac{13}{7}$		$2{,}5$	
signe de $x-1$		$-$	0	$+$		$+$		
signe de $3{,}5x-6{,}5$		$-$		$-$	0	$+$		
signe du produit		$+$	0	$-$	0	$+$		

Donc $(x-1)(3{,}5x-6{,}5) > 0 \Leftrightarrow x \in [0\,;1[\cup \left]\frac{13}{7}\,;2{,}5\right]$

Exercice 4 — Calculs de pourcentages *8 points*

1. Dans le lycée Maryam Mirzakhani, il y a 357 élèves en première générale, ce qui représente 42 % des élèves du lycée. Combien y a-t-il d'élèves dans ce lycée ?

Soit n le nombre d'élèves du lycée. L'énoncé nous dit : $\frac{42}{100} \times n = 357$

$\Leftrightarrow 0{,}42n = 357$

$\Leftrightarrow n = \frac{357}{0{,}42} = 1\,020$ (sujet B : 850) Il y a 1 020 élèves au lycée Maryam Mirzakhani.

2. Dans le lycée Michel Chasles, le nombre d'élèves est passé de 1 800 pour l'année 2021 à 1 476 pour l'année 2022. Quel est la variation en pourcentage du nombre d'élèves entre 2021 et 2022 ?

On cherche le coefficient c tel que $1\,476 = c \times 1\,800$.

Donc $c = \frac{1\,476}{1\,800} = 0{,}66 = 1 - 0{,}34$.

Ce qui qui représente une baisse de 34 % (sujet B : baisse de 18 %)

3. Le lycée Sophie Germain compte 1 170 élèves, soit 35 % de moins que l'an dernier. Combien y avait-il d'élèves l'an dernier ?

Soit n le nombre d'élèves l'an dernier.

L'énoncé se traduit : $n \times \left(1 - \frac{22}{100}\right) = 1\,170$

$n \times 0{,}78 = 1\,170 \Leftrightarrow n = \frac{1\,170}{0{,}78} = 1\,500$ (sujet B : 1 800).

L'an dernier, le lycée Sophie Germain comptait donc 1 500 élèves.

4. Dans le lycée Pierre de Fermat, le nombre d'élèves a augmenté de 35 % entre 2010 et 2015 et de 17 % entre 2015 et 2020. Quel est le pourcentage d'évolution du nombre d'élèves entre 2010 et 2020 ?

Soit g le coefficient d'évolution global : $g = \left(1 + \frac{35}{100}\right) \times \left(1 + \frac{17}{100}\right) = 1{,}5525 = 1 + \frac{55{,}25}{100}$.
donc en dix ans le nombre d'élèves a augmenté de 55,25 % (sujet B : 57,95 % ;).