C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

3 points

Déterminer les limites en $+\infty$ des suites définies sur $\mathbb{N}^*$:

a) $u_n = n^2 + \dfrac{1}{n}$ b) $v_n = \sqrt{n} + 3n - 7$

limite de (u_n)

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0 \end{array}\right\} \text{par somme } \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

limite de (v_n)

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3n-7 = +\infty \end{array}\right\} \text{par somme } \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

Exercice 2 — Modélistation

10 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Lemniscates de Bernoulli*. Cette population était 300 individus en 2022. Les scientifiques estiment que le nombre de lemniscates diminue de 14 % chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 30.

1. On modélise par L_n le nombre de lemniscates au premier janvier de l'année $2022+n$. Donc $L_0 = 300$, c'est le nombre de lemniscates début 2022.

a) Calculer L_1 qui représente le nombre de lemniscates au premier janvier 2023.

Diminuer de 14 % revient à multiplier par $\left(1 - \dfrac{14}{100}\right) = 0{,}86$.

donc $L_1 = 0{,}86 L_0$

b) Déterminer la nature de la suite (L_n), puis donner l'expression de L_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,86 ; donc (L_n) est une suite géométrique de premier terme $L_0 = 300$ et de raison 0,86.
$L_n = 300 \times 0{,}86^n$

c) Donner le sens de variation de la suite (L_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

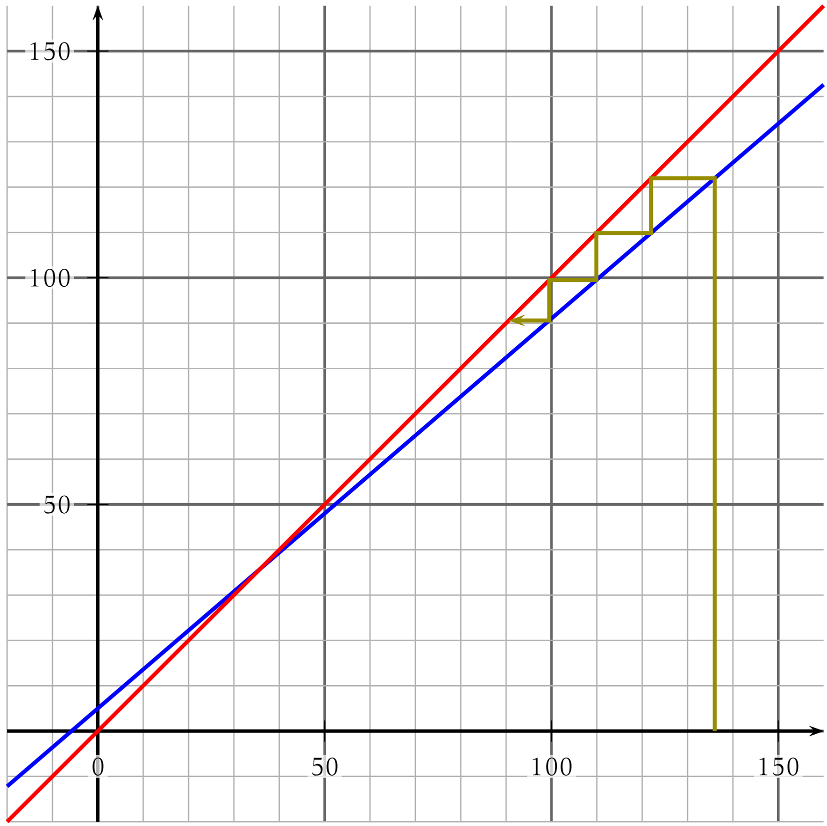
La suite (L_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *lemniscates de Bernoulli*, on décide d'en réintroduire 5 chaque début d'année à partit de janvier 2025. Mais leur nombre continue à baisser de 14% au cours de l'année !
On modélise par B_n le nombre de lemniscates au début de l'année $2025 + n$, on a donc $B_0 = 136$.

a) Calculer le nombre de lemniscates (arrondi à l'entier) début 2026.

début 2026, il y aura $B_1 = B_0 \times \left(1 + \frac{14}{100}\right) + 5$ lemniscates.

b) On admet que pour tout entier n, : $B_{n+1} = 0{,}86B_n + 5$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}86x + 5$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (B_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (B_n) et conjecturer la limite de (B_n) en $+\infty$.

la suite (B_n) semble décroissante et converger vers 36.

d) Le nombre de lemniscate introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ?

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *7 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= 0 \\ u_{n+1} &= u_n + 2n - 5 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3
2. On admet que les points $A(0; u_0)$, $B(1; u_1)$ et $C(2; u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

   a) Déterminer la valeur de c.

   A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = 0 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$

   b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

   les points B et C donnent :

   $$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a &= u_1 - b \\ 4(u_1 - b) + 2b &= u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ b = \dfrac{4u_1 - u_2}{2} \end{cases}$$

   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

   D'après ce qui précède : $f(x) = x^2 - 6x$ donc $u_n = n^2 - 6n$

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

3 points

Déterminer les limites en $+\infty$ des suites définies sur $\mathbb{N}^*$:

a) $u_n = n^2 + \dfrac{1}{n}$ b) $v_n = \sqrt{n} + 3n - 7$

limite de (u_n)

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0\end{array}\right\} \text{par somme } \lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

limite de (v_n)

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3n-7 = +\infty\end{array}\right\} \text{par somme } \lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

Exercice 2 — Modélistation

10 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Lemniscates de Bernoulli*. Cette population était 300 individus en 2022. Les scientifiques estiment que le nombre de lemniscates diminue de 15 % chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 30.

1. On modélise par L_n le nombre de lemniscates au premier janvier de l'année $2022+n$. Donc $L_0 = 300$, c'est le nombre de lemniscates début 2022.
   a) Calculer L_1 qui représente le nombre de lemniscates au premier janvier 2023.

   Diminuer de 15 % revient à multiplier par $\left(1 - \dfrac{15}{100}\right) = 0{,}85$.

   donc $L_1 = 0{,}85 L_0$

   b) Déterminer la nature de la suite (L_n), puis donner l'expression de L_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,85 ; donc (L_n) est une suite géométrique de premier terme $L_0 = 300$ et de raison 0,85.
$L_n = 300 \times 0{,}85^n$

c) Donner le sens de variation de la suite (L_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

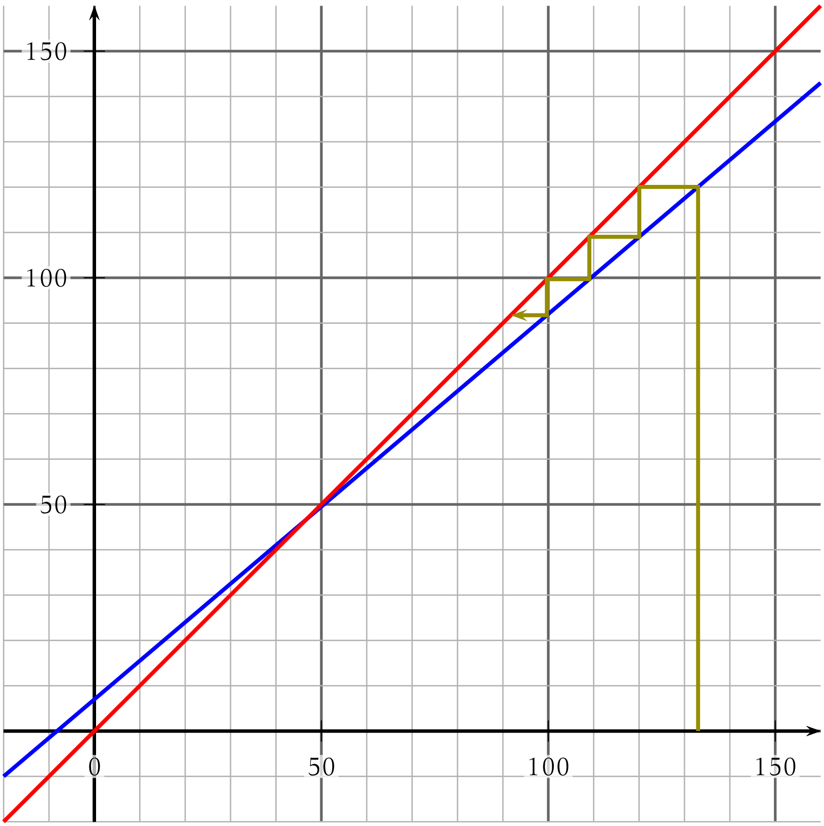
La suite (L_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *lemniscates de Bernoulli*, on décide d'en réintroduire 7 chaque début d'année à partit de janvier 2025. Mais leur nombre continue à baisser de 15 % au cours de l'année !
On modélise par B_n le nombre de lemniscates au début de l'année $2025 + n$, on a donc $B_0 = 133$.

a) Calculer le nombre de lemniscates (arrondi à l'entier) début 2026.

début 2026, il y aura $B_1 = B_0 \times \left(1 + \dfrac{15}{100}\right) + 7$ lemniscates.

b) On admet que pour tout entier n, : $B_{n+1} = 0{,}85B_n + 7$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}85x + 7$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (B_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (B_n) et conjecturer la limite de (B_n) en $+\infty$.

la suite (B_n) semble décroissante et converger vers 46.

d) Le nombre de lemniscate introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ?

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *7 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 & = 0 \\ u_{n+1} & = u_n + 2n + 10 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3
2. On admet que les points $A(0; u_0)$, $B(1; u_1)$ et $C(2; u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   a) Déterminer la valeur de c.
   A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = 0 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$

   b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.
   les points B et C donnent :
   $$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ 4(u_1 - b) + 2b = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ b = \dfrac{4u_1 - u_2}{2} \end{cases}$$
   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
   D'après ce qui précède : $f(x) = x^2 + 9x$ donc $u_n = n^2 + 9n$

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

3 points

Déterminer les limites en $+\infty$ des suites définies sur $\mathbb{N}^*$:

a) $u_n = n^2 + \dfrac{1}{n}$

b) $v_n = \sqrt{n} + 3n - 7$

limite de (u_n)

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0 \end{array}\right\} \text{par somme } \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

limite de (v_n)

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3n-7 = +\infty \end{array}\right\} \text{par somme } \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

Exercice 2 — Modélistation

10 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Lemniscates de Bernoulli*. Cette population était 300 individus en 2022. Les scientifiques estiment que le nombre de lemniscates diminue de 16 % chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 30.

1. On modélise par L_n le nombre de lemniscates au premier janvier de l'année $2022 + n$. Donc $L_0 = 300$, c'est le nombre de lemniscates début 2022.
   a) Calculer L_1 qui représente le nombre de lemniscates au premier janvier 2023.

   Diminuer de 16 % revient à multiplier par $\left(1 - \dfrac{16}{100}\right) = 0{,}84$.

   donc $L_1 = 0{,}84 L_0$

   b) Déterminer la nature de la suite (L_n), puis donner l'expression de L_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,84 ; donc (L_n) est une suite géométrique de premier terme $L_0 = 300$ et de raison 0,84.
$L_n = 300 \times 0{,}84^n$

c) Donner le sens de variation de la suite (L_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

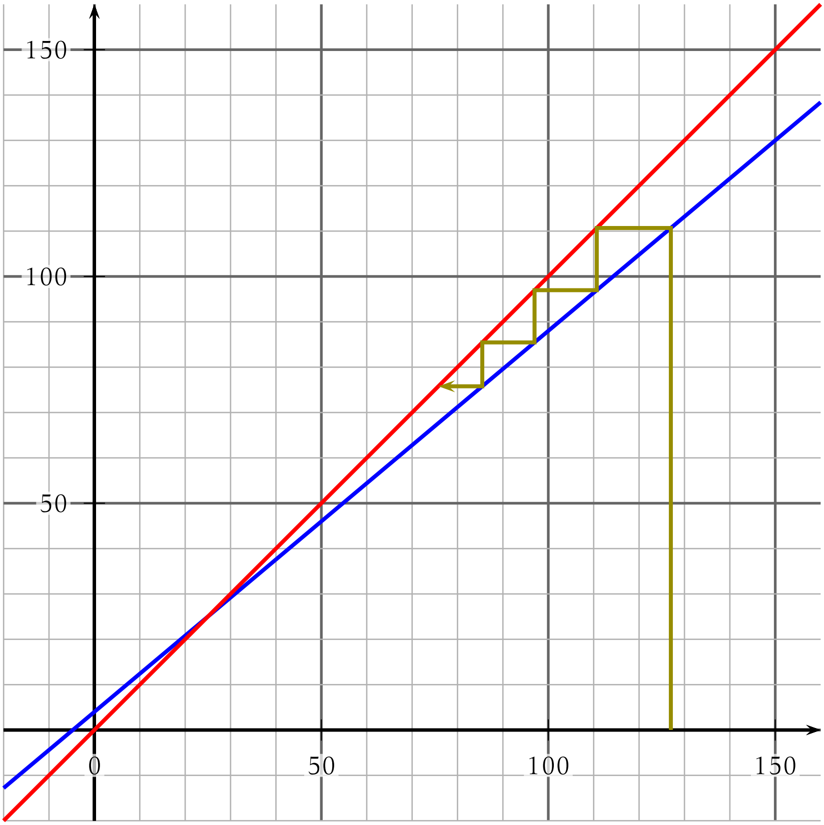
La suite (L_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0\,;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0\,;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *lemniscates de Bernoulli*, on décide d'en réintroduire 4 chaque début d'année à partit de janvier 2025. Mais leur nombre continue à baisser de 16 % au cours de l'année !
On modélise par B_n le nombre de lemniscates au début de l'année $2025 + n$, on a donc $B_0 = 127$.

a) Calculer le nombre de lemniscates (arrondi à l'entier) début 2026.

début 2026, il y aura $B_1 = B_0 \times \left(1 + \dfrac{16}{100}\right) + 4$ lemniscates.

b) On admet que pour tout entier n, : $B_{n+1} = 0{,}84 B_n + 4$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}84x + 4$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (B_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (B_n) et conjecturer la limite de (B_n) en $+\infty$.

la suite (B_n) semble décroissante et converger vers 25.

d) Le nombre de lemniscate introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ?

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *7 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= 0 \\ u_{n+1} &= u_n + 4n + 10 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3

2. On admet que les points $\mathrm{A}(0;u_0)$, $\mathrm{B}(1;u_1)$ et $\mathrm{C}(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) Déterminer la valeur de c.

A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = 0 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$

b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

les points B et C donnent :

$$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a & = u_1 - b \\ 4(u_1 - b) + 2b & = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ b = \dfrac{4u_1 - u_2}{2} \end{cases}$$

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

D'après ce qui précède : $f(x) = 2x^2 + 8x$ donc $u_n = 2n^2 + 8n$

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Limites

3 points

Déterminer les limites en $+\infty$ des suites définies sur $\mathbb{N}^*$:

a) $u_n = n^2 + \dfrac{1}{n}$ b) $v_n = \sqrt{n} + 3n - 7$

limite de (u_n)

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0 \end{array}\right\} \text{par somme } \lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

limite de (v_n)

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3n-7 = +\infty \end{array}\right\} \text{par somme } \lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

Exercice 2 — Modélistation

10 points

Dans un espace clos, on étudie une population de *Lemniscates de Bernoulli*. Cette population était 300 individus en 2022. Les scientifiques estiment que le nombre de lemniscates diminue de 12 % chaque année et que cette espèce sera en danger quand leur nombre sera inférieur à 30.

1. On modélise par L_n le nombre de lemniscates au premier janvier de l'année $2022+n$. Donc $L_0 = 300$, c'est le nombre de lemniscates début 2022.

a) Calculer L_1 qui représente le nombre de lemniscates au premier janvier 2023.

Diminuer de 12 % revient à multiplier par $\left(1 - \dfrac{12}{100}\right) = 0{,}88$.

donc $L_1 = 0{,}88 L_0$

b) Déterminer la nature de la suite (L_n), puis donner l'expression de L_n en fonction de n.

On passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,88 ; donc (L_n) est une suite géométrique de premier terme $L_0 = 300$ et de raison 0,88.
$L_n = 300 \times 0{,}88^n$

c) Donner le sens de variation de la suite (L_n), puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.

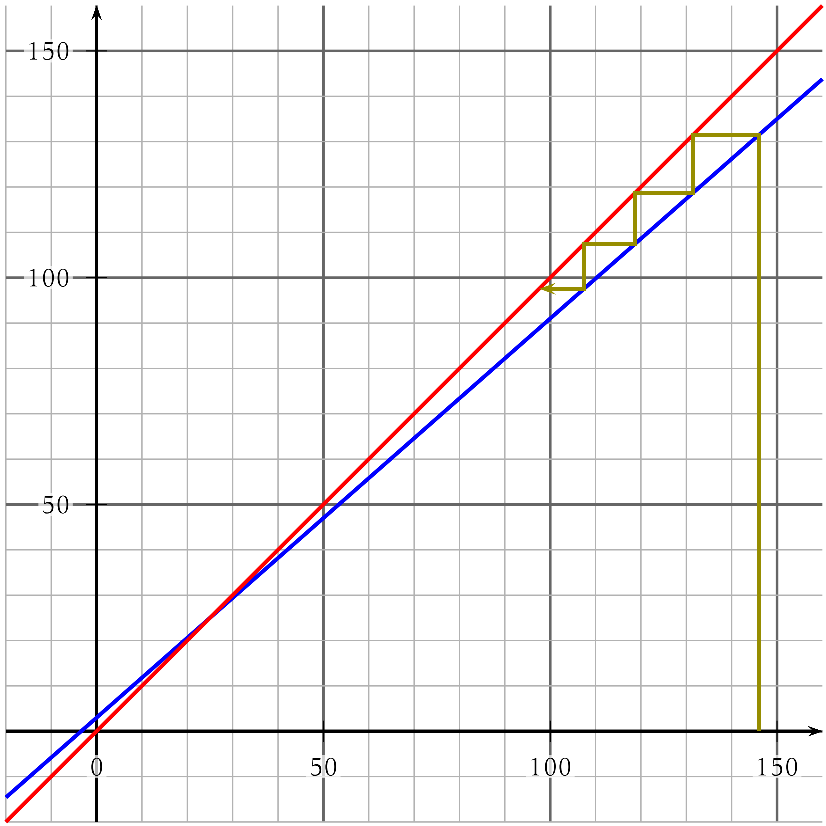
La suite (L_n) est géométrique de premier terme positif et de raison comprise dans $]0;1[$ donc elle est décroissante.
Comme la raison est dans $]0;1[$, elle converge vers 0.

2. Pour sauver les *lemniscates de Bernoulli*, on décide d'en réintroduire 3 chaque début d'année à partit de janvier 2025. Mais leur nombre continue à baisser de 12 % au cours de l'année !
On modélise par B_n le nombre de lemniscates au début de l'année $2025 + n$, on a donc $B_0 = 146$.

a) Calculer le nombre de lemniscates (arrondi à l'entier) début 2026.

début 2026, il y aura $B_1 = B_0 \times \left(1 + \dfrac{12}{100}\right) + 3$ lemniscates.

b) On admet que pour tout entier n, : $B_{n+1} = 0{,}88B_n + 3$
Le repère représente la droite d'équation $y = 0{,}88x + 3$.
Représenter les quatre premiers termes de la suite (B_n).



c) À l'aide d'une lecture graphique déterminer le sens de variation de la suite (B_n) et conjecturer la limite de (B_n) en $+\infty$.

la suite (B_n) semble décroissante et converger vers 26.

d) Le nombre de lemniscate introduit chaque début d'année permettra-t-il de sauver l'espèce ?

Exercice 3 — Suites : fonctions et forme explicite *7 points*

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 & = 0 \\ u_{n+1} & = u_n + 4n - 3 \end{cases}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3

2. On admet que les points $A(0;u_0)$, $B(1;u_1)$ et $C(2;u_2)$ appartiennent à une parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) Déterminer la valeur de c.

A est un point de la parabole donc $f(0) = u_0 = 0 \Leftrightarrow a \times 0^2 + b \times 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$

b) Déterminer, puis résoudre un système de deux équations à deux inconnues permettant de calculer les valeurs de a et b.

les points B et C donnent :

$$\begin{cases} a \times 1^2 + b \times 1 = u_1 \\ a \times 2^2 + b \times 2 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a & = u_1 - b \\ 4(u_1 - b) + 2b & = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = u_1 - b \\ b = \dfrac{4u_1 - u_2}{2} \end{cases}$$

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

D'après ce qui précède : $f(x) = 2x^2 - 5x$ donc $u_n = 2n^2 - 5n$