C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Droites et parabole *7 points*

1. **Calcul littéral** : Les points $A(a\,;a^2)$ et $B(b\,;b^2)$ (avec $a \neq b$) sont sur la parabole d'équation $y = x^2$.
   Déterminer, par la méthode de votre choix, l'équation réduite de la droite (AB) en fonction de a et b.

   Soit $M(x\,;y)$ un point de la droite (AB), $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-a \\ y-a^2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} b-a \\ b^2-a^2 \end{pmatrix}$.
   On veut que les vecteurs soient colinéaires : leurs coordonnées doivent vérifier :
   $(x-a)(b^2-a^2)-(y-a^2)(b-a)=0$
   $\Leftrightarrow (x-a)(b^2-a^2)-y(b-a)+a^2(b-a)=0$
   $\Leftrightarrow y(b-a)=(x-a)(b^2-a^2)+a^2(b-a)$ or $b \neq a \Leftrightarrow b-a \neq 0$
   $\Leftrightarrow y=(x-a)\dfrac{b^2-a^2}{b-a}+a^2$
   $\Leftrightarrow y=(b+a)x-a(b+a)+a^2$
   $\Leftrightarrow y=(b+a)x-ab$

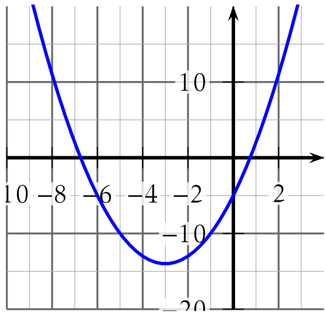
2. **Calcul numérique** : Les points C et D d'abscisses respectives $\dfrac{7}{3}$ et $\dfrac{1}{6}$ sont sur la parabole d'équation $y = x^2$.
   Déterminer par la méthode de votre choix, l'équation réduite de la droite (CD).

   À l'aide de la réponse précédente : $y=(b+a)x-ab$ donc $y=\left(\dfrac{7}{3}+\dfrac{1}{6}\right)x-\dfrac{7}{3}\times\dfrac{1}{6}$
   $y=\dfrac{15}{6}x-\dfrac{7}{18}$

Exercice 2 — Lectures graphiques *8 points*

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 6x - 5$

1. Le graphique représente la fonction f.
   Avec la précision permise par le graphique, donner
   a) les valeurs des racines ;
   b) la valeur du minimum.



2. À l'aide du calcul du discriminant, donner la valeur exactes des solutions de $f(x) = 0$.
   f de la forme $ax^2 + bx + c$: $x_1 = -3 - \sqrt{14}$ et $x_2 = -3 + \sqrt{14}$
3. Donner, en détaillant les calculs, la forme canonique de f puis en déduire la valeur exacte du minimum de la fonction.
   f de la forme $x^2 + 2Bx + C = (x+B)^2 - B^2 + C$
   $f(x) = (x+3)^2 - 14$, or un carré est toujours positif, donc $f(x) \geqslant -14$.

Exercice 3 — Diagonale d'un rectangle *5 points*

Le rectangle ROND a pour aire $672\,\text{cm}^2$ et pour périmètre $124\,\text{cm}$.

1. Déterminer sa longueur et sa largeur (il faudra résoudre une équation du second degré).
   Soit les réel positifs ℓ et L qui représentent respectivement la largeur et longueur du rectangle (donc $\ell \leqslant L$).
   Périmètre : $2(L+\ell)$; donc $2(L+\ell) = 124$
   Aire : $L \times \ell$; $L \times \ell = 672$.
   On peut résoudre un système ou bien dire que L et ℓ sont les solutions de $x^2 - Sx + P = 0$ avec $S = \ell + L$ et $P = \ell \times L$.
   d'où $\ell = 14$ et $L = 48$.
2. En déduire la valeur de sa diagonale (c'est un entier !).
   À l'aide du théorème de Pythagore : $D = \sqrt{\ell^2 + L^2} = 50$

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Droites et parabole

7 points

1. **Calcul littéral** : Les points $A(a\,;a^2)$ et $B(b\,;b^2)$ (avec $a \neq b$) sont sur la parabole d'équation $y = x^2$.
   Déterminer, par la méthode de votre choix, l'équation réduite de la droite (AB) en fonction de a et b.

   Soit $M(x\,;y)$ un point de la droite (AB), $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-a \\ y-a^2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} b-a \\ b^2-a^2 \end{pmatrix}$.
   On veut que les vecteurs soient colinéaires : leurs coordonnées doivent vérifier :
   $(x-a)(b^2-a^2)-(y-a^2)(b-a)=0$
   $\Leftrightarrow (x-a)(b^2-a^2)-y(b-a)+a^2(b-a)=0$
   $\Leftrightarrow y(b-a)=(x-a)(b^2-a^2)+a^2(b-a)$ or $b \neq a \Leftrightarrow b-a \neq 0$
   $\Leftrightarrow y=(x-a)\dfrac{b^2-a^2}{b-a}+a^2$
   $\Leftrightarrow y=(b+a)x-a(b+a)+a^2$
   $\Leftrightarrow y=(b+a)x-ab$

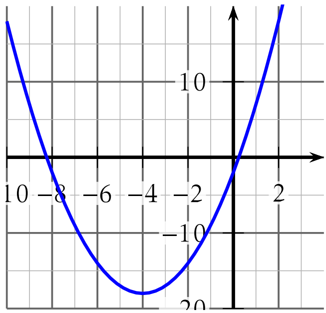
2. **Calcul numérique** : Les points C et D d'abscisses respectives $\dfrac{3}{7}$ et $\dfrac{5}{14}$ sont sur la parabole d'équation $y = x^2$.
   Déterminer par la méthode de votre choix, l'équation réduite de la droite (CD).

   À l'aide de la réponse précédente : $y=(b+a)x-ab$ donc $y=\left(\dfrac{3}{7}+\dfrac{5}{14}\right)x-\dfrac{3}{7}\times\dfrac{5}{14}$
   $y=\dfrac{11}{14}x-\dfrac{15}{98}$

Exercice 2 — Lectures graphiques *8 points*

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 8x - 2$

1. Le graphique représente la fonction f.
   Avec la précision permise par le graphique, donner
   a) les valeurs des racines ;
   b) la valeur du minimum.



2. À l'aide du calcul du discriminant, donner la valeur exactes des solutions de $f(x) = 0$.
   f de la forme $ax^2 + bx + c$: $x_1 = -4 - 3\sqrt{2}$ et $x_2 = -4 + 3\sqrt{2}$
3. Donner, en détaillant les calculs, la forme canonique de f puis en déduire la valeur exacte du minimum de la fonction.
   f de la forme $x^2 + 2Bx + C = (x + B)^2 - B^2 + C$
   $f(x) = (x+4)^2 - 18$, or un carré est toujours positif, donc $f(x) \geqslant -18$.

Exercice 3 — Diagonale d'un rectangle *5 points*

Le rectangle ROND a pour aire 1 008 cm^2 et pour périmètre 158 cm.

1. Déterminer sa longueur et sa largeur (il faudra résoudre une équation du second degré).
   Soit les réel positifs ℓ et L qui représentent respectivement la largeur et longueur du rectangle (donc $\ell \leqslant L$).
   Périmètre : $2(L + \ell)$; donc $2(L + \ell) = 158$
   Aire : $L \times \ell$; $L \times \ell = 1008$.
   On peut résoudre un système ou bien dire que L et ℓ sont les solutions de $x^2 - Sx + P = 0$ avec $S = \ell + L$ et $P = \ell \times L$.
   d'où $\ell = 16$ et $L = 63$.
2. En déduire la valeur de sa diagonale (c'est un entier !).
   À l'aide du théorème de Pythagore : $D = \sqrt{\ell^2 + L^2} = 65$

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Droites et parabole *7 points*

1. **Calcul littéral** : Les points $A(a\,;a^2)$ et $B(b\,;b^2)$ (avec $a \neq b$) sont sur la parabole d'équation $y = x^2$.
   Déterminer, par la méthode de votre choix, l'équation réduite de la droite (AB) en fonction de a et b.

   Soit $M(x\,;y)$ un point de la droite (AB), $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-a \\ y-a^2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} b-a \\ b^2-a^2 \end{pmatrix}$.
   On veut que les vecteurs soient colinéaires : leurs coordonnées doivent vérifier :
   $(x-a)(b^2-a^2)-(y-a^2)(b-a)=0$
   $\Leftrightarrow (x-a)(b^2-a^2)-y(b-a)+a^2(b-a)=0$
   $\Leftrightarrow y(b-a)=(x-a)(b^2-a^2)+a^2(b-a)$ or $b \neq a \Leftrightarrow b-a \neq 0$
   $\Leftrightarrow y=(x-a)\dfrac{b^2-a^2}{b-a}+a^2$
   $\Leftrightarrow y=(b+a)x-a(b+a)+a^2$
   $\Leftrightarrow y=(b+a)x-ab$

2. **Calcul numérique** : Les points C et D d'abscisses respectives $\dfrac{5}{7}$ et $\dfrac{9}{14}$ sont sur la parabole d'équation $y = x^2$.
   Déterminer par la méthode de votre choix, l'équation réduite de la droite (CD).

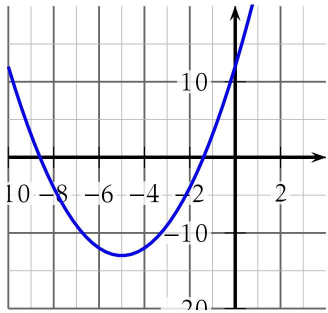
   À l'aide de la réponse précédente : $y=(b+a)x-ab$ donc $y=\left(\dfrac{5}{7}+\dfrac{9}{14}\right)x-\dfrac{5}{7}\times\dfrac{9}{14}$
   $y=\dfrac{19}{14}x-\dfrac{45}{98}$

Exercice 2 — Lectures graphiques

8 points

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 10x + 12$

1. Le graphique représente la fonction f.
   Avec la précision permise par le graphique, donner
   a) les valeurs des racines ;
   b) la valeur du minimum.



2. À l'aide du calcul du discriminant, donner la valeur exactes des solutions de $f(x) = 0$.
   f de la forme $ax^2 + bx + c$: $x_1 = -5 - \sqrt{13}$ et $x_2 = -5 + \sqrt{13}$
3. Donner, en détaillant les calculs, la forme canonique de f puis en déduire la valeur exacte du minimum de la fonction.
   f de la forme $x^2 + 2Bx + C = (x + B)^2 - B^2 + C$
   $f(x) = (x+5)^2 - 13$, or un carré est toujours positif, donc $f(x) \geqslant -13$.

Exercice 3 — Diagonale d'un rectangle

5 points

Le rectangle ROND a pour aire $1\,260\,\text{cm}^2$ et pour périmètre $146\,\text{cm}$.

1. Déterminer sa longueur et sa largeur (il faudra résoudre une équation du second degré).
   Soit les réel positifs ℓ et L qui représentent respectivement la largeur et longueur du rectangle (donc $\ell \leqslant L$).
   Périmètre : $2(L + \ell)$; donc $2(L + \ell) = 146$
   Aire : $L \times \ell$; $L \times \ell = 1260$.
   On peut résoudre un système ou bien dire que L et ℓ sont les solutions de $x^2 - Sx + P = 0$ avec $S = \ell + L$ et $P = \ell \times L$.
   d'où $\ell = 28$ et $L = 45$.
2. En déduire la valeur de sa diagonale (c'est un entier !).
   À l'aide du théorème de Pythagore : $D = \sqrt{\ell^2 + L^2} = 53$

C01

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Droites et parabole

7 points

1. **Calcul littéral** : Les points $A(a\,;a^2)$ et $B(b\,;b^2)$ (avec $a \neq b$) sont sur la parabole d'équation $y = x^2$.
   Déterminer, par la méthode de votre choix, l'équation réduite de la droite (AB) en fonction de a et b.

   Soit $M(x\,;y)$ un point de la droite (AB), $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-a \\ y-a^2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} b-a \\ b^2-a^2 \end{pmatrix}$.
   On veut que les vecteurs soient colinéaires : leurs coordonnées doivent vérifier :
   $(x-a)(b^2-a^2)-(y-a^2)(b-a)=0$
   $\Leftrightarrow (x-a)(b^2-a^2)-y(b-a)+a^2(b-a)=0$
   $\Leftrightarrow y(b-a)=(x-a)(b^2-a^2)+a^2(b-a)$ or $b\neq a \Leftrightarrow b-a\neq 0$
   $\Leftrightarrow y=(x-a)\dfrac{b^2-a^2}{b-a}+a^2$
   $\Leftrightarrow y=(b+a)x-a(b+a)+a^2$
   $\Leftrightarrow y=(b+a)x-ab$

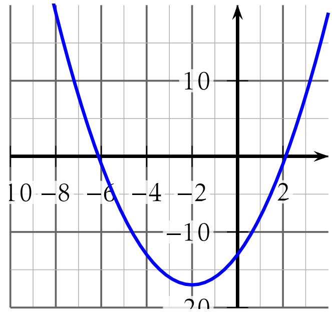
2. **Calcul numérique** : Les points C et D d'abscisses respectives $\dfrac{5}{3}$ et $\dfrac{7}{6}$ sont sur la parabole d'équation $y = x^2$.
   Déterminer par la méthode de votre choix, l'équation réduite de la droite (CD).

   À l'aide de la réponse précédente : $y=(b+a)x-ab$ donc $y=\left(\dfrac{5}{3}+\dfrac{7}{6}\right)x-\dfrac{5}{3}\times\dfrac{7}{6}$
   $y=\dfrac{17}{6}x-\dfrac{35}{18}$

Exercice 2 — Lectures graphiques *8 points*

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 4x - 13$

1. Le graphique représente la fonction f.
   Avec la précision permise par le graphique, donner
   a) les valeurs des racines ;
   b) la valeur du minimum.



2. À l'aide du calcul du discriminant, donner la valeur exactes des solutions de $f(x) = 0$.
   f de la forme $ax^2 + bx + c$: $x_1 = -2 - \sqrt{17}$ et $x_2 = -2 + \sqrt{17}$
3. Donner, en détaillant les calculs, la forme canonique de f puis en déduire la valeur exacte du minimum de la fonction.
   f de la forme $x^2 + 2\mathrm{B}x + \mathrm{C} = (x+\mathrm{B})^2 - \mathrm{B}^2 + \mathrm{C}$
   $f(x) = (x+2)^2 - 17$, or un carré est toujours positif, donc $f(x) \geqslant -17$.

Exercice 3 — Diagonale d'un rectangle *5 points*

Le rectangle ROND a pour aire 1 920 cm^2 et pour périmètre 184 cm.

1. Déterminer sa longueur et sa largeur (il faudra résoudre une équation du second degré).
   Soit les réel positifs ℓ et L qui représentent respectivement la largeur et longueur du rectangle (donc $\ell \leqslant \mathrm{L}$).
   Périmètre : $2(\mathrm{L}+\ell)$; donc $2(\mathrm{L}+\ell) = 184$
   Aire : $\mathrm{L} \times \ell$; $\mathrm{L} \times \ell = 1920$.
   On peut résoudre un système ou bien dire que L et ℓ sont les solutions de $x^2 - \mathrm{S}x + \mathrm{P} = 0$ avec $\mathrm{S} = \ell + \mathrm{L}$ et $\mathrm{P} = \ell \times \mathrm{L}$.
   d'où $\ell = 32$ et $\mathrm{L} = 60$.
2. En déduire la valeur de sa diagonale (c'est un entier !).
   À l'aide du théorème de Pythagore : $\mathrm{D} = \sqrt{\ell^2 + \mathrm{L}^2} = 68$