A Co6

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Références circulaires *10 points*

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{3} \text{ et } g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{3}$$

1. Calculer en détaillant les valeurs exactes de $f(0)$ et $g(0)$.

$f(0) = \dfrac{e^0 + e^{-0}}{3}$ or $\mathrm{e}^0 = 1$ donc $f(0) = \dfrac{2}{3}$

$g(0) = \dfrac{e^0 - e^{-0}}{3}$ or $\mathrm{e}^0 = 1$ donc $g(0) = 0$

2. Justifier que pour tout réel x : $f(x) > 0$.

quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $\mathrm{e}^x > 0$ donc $\mathrm{e}^x > 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$

donc $\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{3} > 0$ (car $3 > 0$).

3. Donner l'expression de $g'(x)$ et en déduire les variations de g.

on sait la dérivée de $x \mapsto \mathrm{e}^x$ est $x \mapsto \mathrm{e}^x$ et celle de $x \mapsto \mathrm{e}^{-x}$ est $x \mapsto -\mathrm{e}^{-x}$.

$g'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - (-\mathrm{e}^{-x})}{3} = \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{3} = f(x)$.

Or pour tout x réel : $f(x) > 0$, donc la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

4. En déduire le signe de $g(x)$.

$g(0) = 0$ et g est strictement croissante, donc $g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in [0\,;+\infty[$

5. Donner l'expression de $f'(x)$ et compléter en justifiant le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $f'(x)$	
variations de f	

$f'(x) = \dfrac{e^x + (-e^{-x})}{3} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{3} = g(x).$
Le signe de g permet donc de trouver les variations de f.

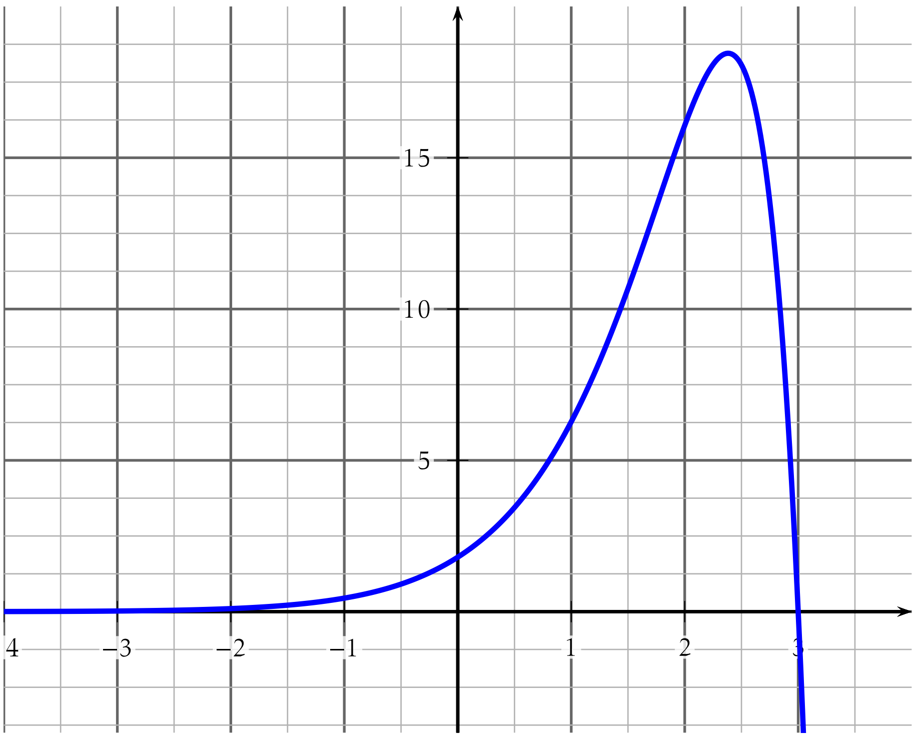
Exercice 2 — Et hop... Plouf!

10 points

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -0{,}1(x^2 + 3x - 18)\,e^{1{,}5x}$$

Le graphique donne une représentation de f.



1. Résoudre $f(x) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat.

$f(x)$ est le produit d'un polynôme de second degré P et d'une exponentielle.
Quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $e^{1{,}5x} > 0$, donc les valeurs qui annulent f sont celles qui annulent P.
racines évidentes (3) / discriminant : f s'annule en x_1 et 3.
Donc la courbe coupe deux fois l'axe des abscisses.

2. Donner l'expression de la dérivée de f.

f est de la forme $-0{,}1 \times u \times v$ donc $f'(x) = -0{,}1 \times (u'(x)v(x) + u(x)v'(x))$ avec

- $u(x) = x^2 + bx + c$, donc $u'(x) = 2x + b$
- $v(x) = \mathrm{e}^{1,5x}$, donc $v'(x) = 1{,}5\,\mathrm{e}^{1,5x}$

3. Déterminer le signe de $f'(x)$, puis compléter le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f'(x)$	
variations de f	

$f'(x) = \mathrm{P}(x)\,\mathrm{e}^{1,5x}$ avec P un polynôme du second degré.
pour tout réel x : $\mathrm{e}^{1,5x} > 0$, donc $f'(x)$ est du signe de $\mathrm{P}(x)$.
Calcul du discriminant, il est positif, donc P admet deux racines.

B **Co6**

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Références circulaires

10 points

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{5} \text{ et } g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{5}$$

1. Calculer en détaillant les valeurs exactes de $f(0)$ et $g(0)$.

$f(0) = \dfrac{e^0 + e^{-0}}{5}$ or $\mathrm{e}^0 = 1$ donc $f(0) = \dfrac{2}{5}$

$g(0) = \dfrac{e^0 - e^{-0}}{5}$ or $\mathrm{e}^0 = 1$ donc $g(0) = 0$

2. Justifier que pour tout réel x : $f(x) > 0$.

quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $\mathrm{e}^x > 0$ donc $\mathrm{e}^x > 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$

donc $\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{5} > 0$ (car $5 > 0$).

3. Donner l'expression de $g'(x)$ et en déduire les variations de g.

on sait la dérivée de $x \mapsto \mathrm{e}^x$ est $x \mapsto \mathrm{e}^x$ et celle de $x \mapsto \mathrm{e}^{-x}$ est $x \mapsto -\mathrm{e}^{-x}$.

$g'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - (-\mathrm{e}^{-x})}{5} = \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{5} = f(x)$.

Or pour tout x réel : $f(x) > 0$, donc la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

4. En déduire le signe de $g(x)$.

$g(0) = 0$ et g est strictement croissante, donc $g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in [0\,;+\infty[$

5. Donner l'expression de $f'(x)$ et compléter en justifiant le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f'(x)$	
variations de f	

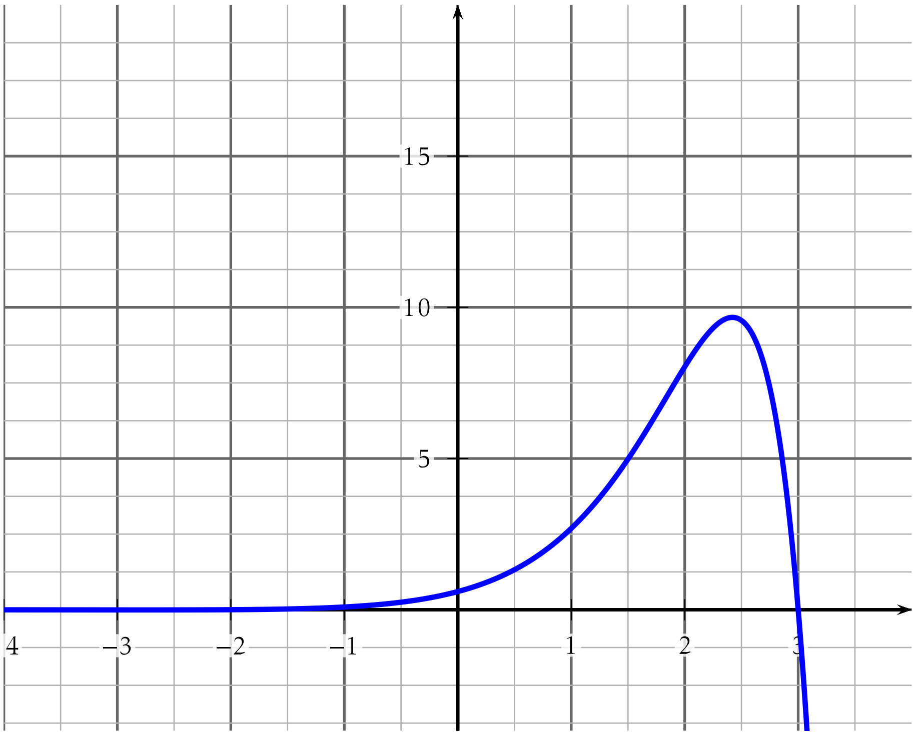
$f'(x) = \dfrac{e^x + (-e^{-x})}{5} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{5} = g(x).$
Le signe de g permet donc de trouver les variations de f.

Exercice 2 — Et hop... Plouf! *10 points*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -0{,}1(x^2 - x - 6)\,e^{1{,}5x}$$

Le graphique donne une représentation de f.



1. Résoudre $f(x) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat.
$f(x)$ est le produit d'un polynôme de second degré P et d'une exponentielle.
Quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $e^{1{,}5x} > 0$, donc les valeurs qui annulent f sont celles qui annulent P.
racines évidentes (3) / discriminant : f s'annule en x_1 et 3.
Donc la courbe coupe deux fois l'axe des abscisses.

2. Donner l'expression de la dérivée de f.

f est de la forme $-0{,}1 \times u \times v$ donc $f'(x) = -0{,}1 \times (u'(x)v(x) + u(x)v'(x))$ avec

- $u(x) = x^2 + bx + c$, donc $u'(x) = 2x + b$
- $v(x) = \mathrm{e}^{1{,}5x}$, donc $v'(x) = 1{,}5\,\mathrm{e}^{1{,}5x}$

3. Déterminer le signe de $f'(x)$, puis compléter le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f'(x)$	
variations de f	

$f'(x) = \mathrm{P}(x)\mathrm{e}^{1{,}5x}$ avec P un polynôme du second degré.
pour tout réel x : $\mathrm{e}^{1{,}5x} > 0$, donc $f'(x)$ est du signe de $\mathrm{P}(x)$.
Calcul du discriminant, il est positif, donc P admet deux racines.

C

Co6

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Références circulaires

10 points

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{6} \text{ et } g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{6}$$

1. Calculer en détaillant les valeurs exactes de $f(0)$ et $g(0)$.

   $f(0) = \dfrac{e^0 + e^{-0}}{6}$ or $\mathrm{e}^0 = 1$ donc $f(0) = \dfrac{2}{6}$

   $g(0) = \dfrac{e^0 - e^{-0}}{6}$ or $\mathrm{e}^0 = 1$ donc $g(0) = 0$

2. Justifier que pour tout réel x : $f(x) > 0$.

   quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $\mathrm{e}^x > 0$ donc $\mathrm{e}^x > 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$

   donc $\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{6} > 0$ (car $6 > 0$).

3. Donner l'expression de $g'(x)$ et en déduire les variations de g.

   on sait la dérivée de $x \mapsto \mathrm{e}^x$ est $x \mapsto \mathrm{e}^x$ et celle de $x \mapsto \mathrm{e}^{-x}$ est $x \mapsto -\mathrm{e}^{-x}$.

   $g'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - (-\mathrm{e}^{-x})}{6} = \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{6} = f(x)$.

   Or pour tout x réel : $f(x) > 0$, donc la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

4. En déduire le signe de $g(x)$.

   $g(0) = 0$ et g est strictement croissante, donc $g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in [0\,;+\infty[$

5. Donner l'expression de $f'(x)$ et compléter en justifiant le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
signe de $f'(x)$	
variations de f	

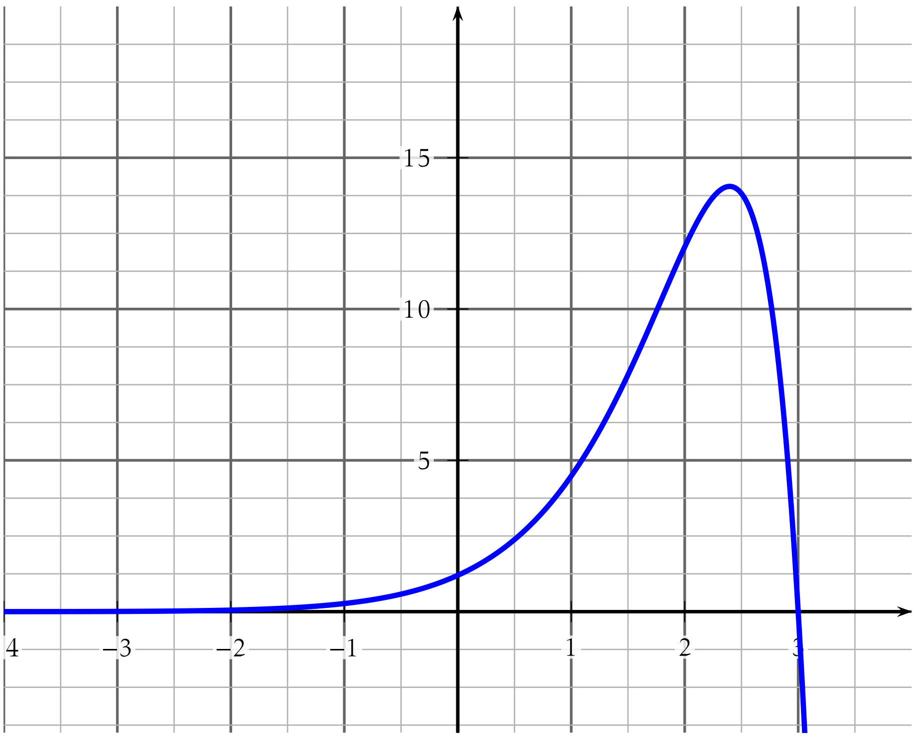
$f'(x) = \dfrac{e^x + (-e^{-x})}{6} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{6} = g(x)$.
Le signe de g permet donc de trouver les variations de f.

Exercice 2 — Et hop… Plouf! *10 points*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -0{,}1(x^2 + x - 12)\,e^{1{,}5x}$$

Le graphique donne une représentation de f.



1. Résoudre $f(x) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat.
$f(x)$ est le produit d'un polynôme de second degré P et d'une exponentielle.
Quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $e^{1{,}5x} > 0$, donc les valeurs qui annulent f sont celles qui annulent P.
racines évidentes (3) / discriminant : f s'annule en x_1 et 3.
Donc la courbe coupe deux fois l'axe des abscisses.

2. Donner l'expression de la dérivée de f.

f est de la forme $-0{,}1 \times u \times v$ donc $f'(x) = -0{,}1 \times (u'(x)v(x) + u(x)v'(x))$ avec

- $u(x) = x^2 + bx + c$, donc $u'(x) = 2x + b$
- $v(x) = \mathrm{e}^{1{,}5x}$, donc $v'(x) = 1{,}5\,\mathrm{e}^{1{,}5x}$

3. Déterminer le signe de $f'(x)$, puis compléter le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $f'(x)$	
variations de f	

$f'(x) = \mathrm{P}(x)\mathrm{e}^{1{,}5x}$ avec P un polynôme du second degré.
pour tout réel x : $\mathrm{e}^{1{,}5x} > 0$, donc $f'(x)$ est du signe de $\mathrm{P}(x)$.
Calcul du discriminant, il est positif, donc P admet deux racines.

D

Co6

NOM, Prénom ....

Exercice 1 — Références circulaires

10 points

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{4} \text{ et } g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{4}$$

1. Calculer en détaillant les valeurs exactes de $f(0)$ et $g(0)$.

$f(0) = \dfrac{e^0 + e^{-0}}{4}$ or $\mathrm{e}^0 = 1$ donc $f(0) = \dfrac{2}{4}$

$g(0) = \dfrac{e^0 - e^{-0}}{4}$ or $\mathrm{e}^0 = 1$ donc $g(0) = 0$

2. Justifier que pour tout réel x : $f(x) > 0$.

quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $\mathrm{e}^x > 0$ donc $\mathrm{e}^x > 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$

donc $\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{4} > 0$ (car $4 > 0$).

3. Donner l'expression de $g'(x)$ et en déduire les variations de g.

on sait la dérivée de $x \mapsto \mathrm{e}^x$ est $x \mapsto \mathrm{e}^x$ et celle de $x \mapsto \mathrm{e}^{-x}$ est $x \mapsto -\mathrm{e}^{-x}$.

$g'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - (-\mathrm{e}^{-x})}{4} = \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{4} = f(x)$.

Or pour tout x réel : $f(x) > 0$, donc la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

4. En déduire le signe de $g(x)$.

$g(0) = 0$ et g est strictement croissante, donc $g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in [0\,;+\infty[$

5. Donner l'expression de $f'(x)$ et compléter en justifiant le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de $f'(x)$	
variations de f	

$f'(x) = \dfrac{e^x + (-e^{-x})}{4} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{4} = g(x)$.
Le signe de g permet donc de trouver les variations de f.

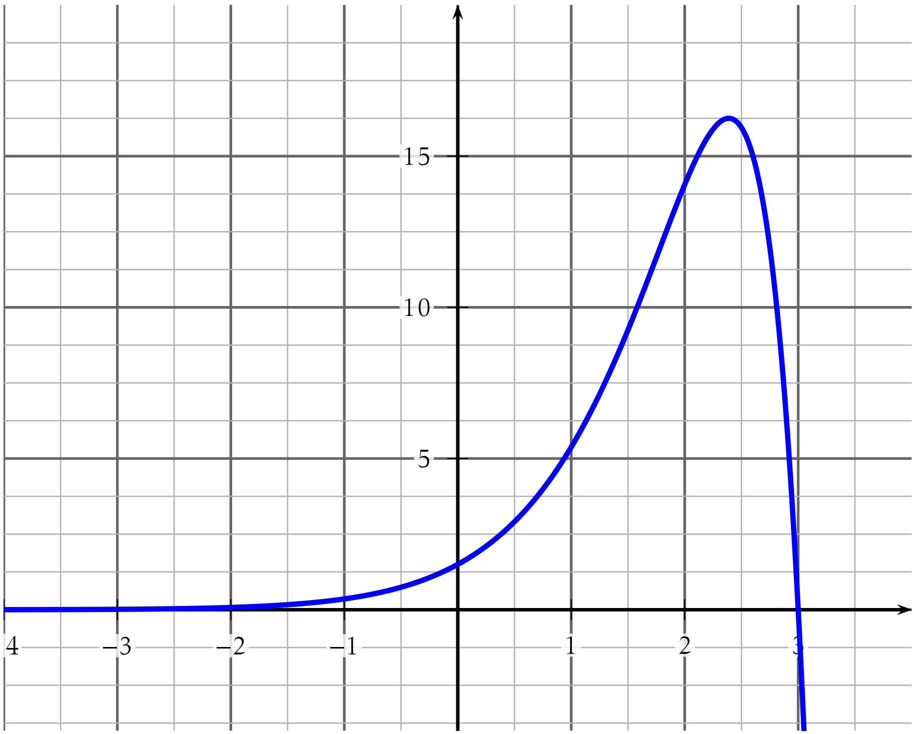
Exercice 2 — Et hop... Plouf !

10 points

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -0{,}1(x^2 + 2x - 15)\,e^{1{,}5x}$$

Le graphique donne une représentation de f.



1. Résoudre $f(x) = 0$. Interpréter graphiquement ce résultat.

$f(x)$ est le produit d'un polynôme de second degré P et d'une exponentielle.
Quelque soit $x \in \mathbb{R}$: $e^{1{,}5x} > 0$, donc les valeurs qui annulent f sont celles qui annulent P.
racines évidentes (3) / discriminant : f s'annule en x_1 et 3.
Donc la courbe coupe deux fois l'axe des abscisses.

2. Donner l'expression de la dérivée de f.

f est de la forme $-0{,}1 \times u \times v$ donc $f'(x) = -0{,}1 \times (u'(x)v(x) + u(x)v'(x))$ avec

- $u(x) = x^2 + bx + c$, donc $u'(x) = 2x + b$
- $v(x) = \mathrm{e}^{1{,}5x}$, donc $v'(x) = 1{,}5\,\mathrm{e}^{1{,}5x}$

3. Déterminer le signe de $f'(x)$, puis compléter le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $f'(x)$	
variations de f	

$f'(x) = \mathrm{P}(x)\,\mathrm{e}^{1{,}5x}$ avec P un polynôme du second degré.
pour tout réel x : $\mathrm{e}^{1{,}5x} > 0$, donc $f'(x)$ est du signe de $\mathrm{P}(x)$.
Calcul du discriminant, il est positif, donc P admet deux racines.